Криволинейные и поверхностные интегралы. Теория поля

Задача 1. Вычислите с помощью формулы Грина.

1.1. $\int\limits_L 2x^2ydx - xy^2dy$, где L – контур, ограниченный линиями $x^2+y^2=1,$

$y=x,\ \ y=-x\ \ (y \ge x, y \le -x).$ Обход контура осуществляется против часовой стрелки.

1.2. $\int\limits_L xy^2dx + 3xy^2dy$, где L – контур, ограниченный линиями $x^2+y^2=4,$

$y=\frac{x}{\sqrt{3}},\ \ y=\sqrt{3}x\ (y \le \frac{x}{\sqrt{3}}, y \ge \sqrt{3}x).$ Обход контура осуществляется по часовой стрелки.

1.3. $\int\limits_L x^2y^2dy - xy^2dx$, где L – контур, ограниченный линиями $x^2+y^2=9,$

$y=-\sqrt{3}x, y=0\ (y \ge -\sqrt{3}x, y \le 0).$ Обход контура осуществляется против часовой

стрелки.

1.4. $\int\limits_L xy^2dx - 2xy^2dy$, где L – контур, ограниченный линиями $x^2+y^2=1,$

$y=-\frac{x}{\sqrt{3}},\ \ x=0\ (y \le -\frac{x}{\sqrt{3}}, x \ge 0).$ Обход контура осуществляется по часовой стрелки.

1.5. $\int\limits_L 2y^2xdy - xydx$, где L – контур, ограниченный линиями $x^2+y^2=4,$

$y=\sqrt{3}x, y=-x\ (y \ge \sqrt{3}x, y \le -x).$ Обход контура осуществляется против часовой стрелки.

1.6. $\int\limits_L 3x^2ydx + 2xy^2dy$, где L – контур, ограниченный линиями $x^2+y^2=9,$

$y=-x, y=0\ (y \ge -x, y \le 0).$ Обход контура осуществляется по часовой стрелки.

1.7. $\int\limits_L 2xy^2dy - 3x^2ydx$, где L – контур, ограниченный линиями $x^2+y^2=1,$

$y=\sqrt{3}x, x=0 \ (y\geq\sqrt{3}x, x\leq 0)$. Обход контура осуществляется против часовой стрелки.

1.8. $\int\limits_L 2x^2ydx+xy^2dy$, где L – контур, ограниченный линиями $x^2+y^2=4$,

$y=\dfrac{x}{\sqrt{3}}, \ \ y=0 \ (y\geq\dfrac{x}{\sqrt{3}}, y\leq 0)$. Обход контура осуществляется по часовой стрелки.

1.9. $\int\limits_L x^2ydx-xy^2dy$, где L – контур, ограниченный линиями $x^2+y^2=9$,

$y=\sqrt{3}x, y=x \ (y\geq\sqrt{3}x, y\leq x)$. Обход контура осуществляется против часовой стрелки.

1.10. $\int\limits_L 4x^2ydx+3xy^2dy$, где L – контур, ограниченный линиями $x^2+y^2=1$,

$y=-\dfrac{x}{\sqrt{3}}, \ \ y=-x \ (y\leq-\dfrac{x}{\sqrt{3}}, y\geq -x)$. Обход контура осуществляется по часовой стрелки.

1.11. $\int\limits_L 2x^2ydy-xy^2dx$, где L – контур, ограниченный линиями $x^2+y^2=4$,

$y=-\dfrac{x}{\sqrt{3}}, \ \ y=0 \ (y\geq-\dfrac{x}{\sqrt{3}}, y\leq 0)$. Обход контура осуществляется против часовой стрелки.

1.12. $\int\limits_L 2x^2ydx+x^2y^2dy$, где L – контур, ограниченный линиями $x^2+y^2=9$,

$y=\dfrac{x}{\sqrt{3}}, \ \ y=-\sqrt{3}x \ (y\geq\dfrac{x}{\sqrt{3}}, y\geq-\sqrt{3}x)$. Обход контура осуществляется по часовой стрелки.

1.13. $\int\limits_L x^2ydx+2xy^2dy$, где L – контур, ограниченный линиями $x^2+y^2=1$,

$y=-\dfrac{x}{\sqrt{3}}, \ \ y=x \ (y\leq-\dfrac{x}{\sqrt{3}}, y\geq x)$. Обход контура осуществляется против часовой стрелки.

1.14. $\int\limits_L xy^2dx - 3y^2xdy$, где L – контур, ограниченный линиями $x^2 + y^2 = 4$,

$y = -\dfrac{x}{\sqrt{3}},\ \ x = 0\ \left(y \le -\dfrac{x}{\sqrt{3}}, x \le 0\right)$. Обход контура осуществляется по

часовой стрелки.

1.15. $\int\limits_L 2x^2ydx - xy^2dy$, где L – контур, ограниченный линиями $x^2 + y^2 = 9$,

$y = -x,\ \ y = \sqrt{3}x\ (y \le -x, y \le -\sqrt{3}x)$. Обход контура осуществляется против

часовой стрелки.

1.16. $\int\limits_L xy^2dx + 3xy^2dy$, где L – контур, ограниченный линиями $x^2 + y^2 = 1$,

$y = -\dfrac{x}{\sqrt{3}},\ \ y = \sqrt{3}x\ \left(y \ge -\dfrac{x}{\sqrt{3}}, y \le \sqrt{3}x\right)$. Обход контура осуществляется по

часовой стрелки.

1.17. $\int\limits_L x^2y^2dy + xy^2dx$, где L – контур, ограниченный линиями $x^2 + y^2 = 4$,

$y = 0,\ \ y = \sqrt{3}x\ (y \ge 0, y \le \sqrt{3}x)$. Обход контура осуществляется против

часовой стрелки.

1.18. $\int\limits_L xy^2dx - 2xy^2dy$, где L – контур, ограниченный линиями $x^2 + y^2 = 9$,

$y = -\dfrac{x}{\sqrt{3}},\ \ y = 0\ \left(y \ge -\dfrac{x}{\sqrt{3}}, y \le 0\right)$. Обход контура осуществляется по

часовой стрелки.

1.19. $\int\limits_L 2xy^2dy - x^2ydx$, где L – контур, ограниченный линиями $x^2 + y^2 = 1$,

$y = x,\ \ y = -\sqrt{3}x\ (y \le x, y \ge -\sqrt{3}x)$. Обход контура осуществляется против

часовой стрелки.

1.20. $\int\limits_L 3x^2ydx - 2xy^2dy$, где L – контур, ограниченный линиями $x^2 + y^2 = 4$,

$y = x,\ \ x = 0\ (y \le x, x \le 0)$. Обход контура осуществляется по

часовой стрелки.

1.21. $\int\limits_L 2xy^2dy + 3x^2ydx$, где L – контур, ограниченный линиями $x^2 + y^2 = 9$, $y = -x$, $y = -\sqrt{3}x$ $(y \geq -x, y \leq -\sqrt{3}x)$. Обход контура осуществляется против часовой стрелки.

1.22. $\int\limits_L 2x^2ydx + 3xy^2dy$, где L – контур, ограниченный линиями $x^2 + y^2 = 1$, $y = -\frac{x}{\sqrt{3}}$, $x = 0$ $(y \geq -\frac{x}{\sqrt{3}}, x \leq 0)$. Обход контура осуществляется по часовой стрелки.

1.23. $\int\limits_L x^2ydx - 2xy^2dy$, где L – контур, ограниченный линиями $x^2 + y^2 = 4$, $y = -x$, $y = \sqrt{3}x$ $(y \geq -x, y \geq \sqrt{3}x)$. Обход контура осуществляется против часовой стрелки.

1.24. $\int\limits_L 4x^2ydx + 3xy^2dy$, где L – контур, ограниченный линиями $x^2 + y^2 = 9$, $y = -\frac{x}{\sqrt{3}}$, $y = x$ $(y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \leq x)$. Обход контура осуществляется по часовой стрелки.

1.25. $\int\limits_L 2x^2ydy - xy^2dx$, где L – контур, ограниченный линиями $x^2 + y^2 = 1$, $y = 0$, $y = \sqrt{3}x$ $(y \leq 0, y \geq \sqrt{3}x)$. Обход контура осуществляется против часовой стрелки.

Задача 2.

Указание: поверхность – не замкнутая. Более рационально – замкнуть поверхность.

2.1. Вычислить интеграл $\iint\limits_S xdydz + ydxdz + zdxdy$, где S – часть поверхности $x^2 + y^2 = 1$, вырезаемая плоскостями z =0 и z =2 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

2.2. Вычислить интеграл $\iint\limits_S xdydz + ydxdz - zdxdy$, где S – часть поверхности

$x^2+y^2=1$, вырезаемая плоскостями z =0 и z =4 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

2.3. Вычислить интеграл $\iint\limits_S xdydz+ydxdz+2zdxdy$, где S – часть поверхности $x^2+y^2=1$, вырезаемая плоскостями z =0 и z =3 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

2.4. Вычислить интеграл $\iint\limits_S xdydz+ydxdz+z^3dxdy$, где S – часть поверхности $x^2+y^2=1$, вырезаемая плоскостями z =0 и z =1 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

2.5. Вычислить интеграл $\iint\limits_S xdydz+ydxdz+xyzdxdy$, где S – часть поверхности $x^2+y^2=1$, вырезаемая плоскостями z =0 и z =5 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

2.6. Вычислить интеграл $\iint\limits_S (x-y)dydz+(x+y)dxdz+z^2dxdy$, где S – часть поверхности $x^2+y^2=1$, вырезаемая плоскостями z =0 и z =2 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

2.7. Вычислить интеграл $\iint\limits_S (x+y)dydz-(x-y)dxdz+xyzdxdy$, где S – часть поверхности $x^2+y^2=1$, вырезаемая плоскостями z =0 и z =4 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

2.8. Вычислить интеграл $\iint\limits_S (x^3+xy^2)dydz+(y^3+yx^2)dxdz+z^2dxdy$, где S– часть поверхности $x^2+y^2=1$, вырезаемая плоскостями z =0 и z =3 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

2.9. Вычислить интеграл $\iint\limits_S xdydz+ydxdz+\sin zdxdy$, где S – часть поверхности $x^2+y^2=1$, вырезаемая плоскостями z =0 и z =5 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

2.10. Вычислить интеграл $\iint\limits_S xdydz + ydxdz + dxdy$, где S – часть поверхности $x^2 + y^2 = 1$, вырезаемая плоскостями z =0 и z =2 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

2.11. Вычислить интеграл $\iint\limits_S (x + xy^2)dydz + (y - yx^2)dxdz + (z-3)dxdy$, где S– часть поверхности $x^2 + y^2 = z^2, (z \geq 0)$, вырезаемая плоскостью z =1 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

2.12. Вычислить интеграл $\iint\limits_S ydydz - xdxdz + dxdy$, где S– часть поверхности $x^2 + y^2 = z^2, (z \geq 0)$, вырезаемая плоскостью z=4 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

2.13. Вычислить интеграл $\iint\limits_S xydydz - x^2dxdz + 3dxdy$, где S– часть поверхности $x^2 + y^2 = z^2; (\geq z$, вырезаемая плоскостью z =1 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

2.14. Вычислить интеграл $\iint\limits_S xzdydz + yzdxdz + (z^2 - 1)dxdy$, где S– часть поверхности $x^2 + y^2 = z^2; (\geq z$, вырезаемая плоскостью z =4 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

2.15. Вычислить интеграл $\iint\limits_S xy^2dydz - yx^2dxdz + dxdy$, где S– часть поверхности $x^2 + y^2 = z^2; (\geq z$, вырезаемая плоскостью z =5 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

2.16. Вычислить интеграл $\iint\limits_S (xz + y)dydz + (yz - x)dxdz + (z^2 - 2)dxdy$, где S– часть поверхности $x^2 + y^2 = z^2, (z \geq 0)$, вырезаемая плоскостью z =3 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

2.17. Вычислить интеграл $\iint\limits_S xyzdydz - x^2z)dxdz + 3dxdy$, где S– часть поверхности $x^2 + y^2 = z^2$, ($\geq z$, вырезаемая плоскостью z =2 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

2.18. Вычислить интеграл $\iint\limits_S (x + xy)dydz + (y - x^2)dxdz + (z - 1)dxdy$, где S– часть поверхности $x^2 + y^2 = z^2, (z \geq 0)$, вырезаемая плоскостью z =3 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

2.19. Вычислить интеграл $\iint\limits_S (x + y)dydz + (y - x)dxdz + (z - 2)dxdy$, где S– часть поверхности $x^2 + y^2 = z^2, (z \geq 0)$, вырезаемая плоскостью z =2 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

2.20. Вычислить интеграл $\iint\limits_S xdydz + ydxdz + (z - 2)dxdy$, где S– часть поверхности $x^2 + y^2 = z^2$, ($\geq z$, вырезаемая плоскостью z =1 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

2.21. Вычислить интеграл $\iint\limits_S (x + xz)dydz + ydxdz + (z - x^2)dxdy$, где S– часть поверхности $x^2 + y^2 + z^2 = 4, (z \geq 0)$, вырезаемая плоскостью z =0 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

2.22. Вычислить интеграл $\iint\limits_S xdydz + (y + yz^2)dxdz + (z - zy^2)dxdy$, где S– часть поверхности $x^2 + y^2 + z^2 = 4, (z \geq 0)$, вырезаемая плоскостью z =0 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

2.23. Вычислить интеграл $\iint\limits_S (x + z)dydz + (y + z)dxdz + (z - x - y)dxdy$, где

S– часть поверхности $x^2+y^2+z^2=4,(z\geq 0)$, вырезаемая плоскостью z =0 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

2.24. Вычислить интеграл $\iint\limits_S (x+xy)dydz+(y-x^2)dxdz+zdxdy$, где

S– часть поверхности $x^2+y^2+z^2=1,(z\geq 0)$ вырезаемая плоскостью z =0 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

2.25. Вычислить интеграл $\iint\limits_S (x+z)dydz+ydxdz+(z-x)dxdy$, где

S– часть поверхности $x^2+y^2+z^2=1,(z\geq 0)$, вырезаемая плоскостью z =0 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

Задача 3.

Указание: поверхность – не замкнутая. Более рационально – замкнуть поверхность.

3.1. Вычислить интеграл $\iint\limits_S 7xdydz+(5\pi y+2)dxdz+4\pi zdxdy$, где

S– часть поверхности $x+\frac{y}{2}+4z=1$, расположенная в 1 октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz).

3.2. Вычислить интеграл $\iint\limits_S 2\pi xdydz+(7y+2)dxdz+7\pi zdxdy$, где S– часть поверхности $x+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$, расположенная в 1 октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz).

3.3. Вычислить интеграл $\iint\limits_S 9\pi xdydz+dxdz-3zdxdy$, где S– часть поверхности $\frac{x}{3}+y+z=1$, расположенная в 1 октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz).

3.4. Вычислить интеграл $\iint\limits_S (2x+1)dydz - ydxdz + 3zdxdy$, где S– часть поверхности $\frac{x}{3} + y + 2z = 1$, расположенная в 1 октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz).

3.5. Вычислить интеграл $\iint\limits_S 7xdydz + 9\pi ydxdz + dxdy$, где S– часть поверхности $x+\frac{y}{3} + z = 1$, расположенная в 1 октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz).

3.6. Вычислить интеграл $\iint\limits_S dydz + 5ydxdz + 11\pi zdxdy$, где S– часть поверхности $\frac{z}{3} + y + x = 1$, расположенная в 1 октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz).

3.7. Вычислить интеграл $\iint\limits_S xdydz + (\pi z - 1)dxdy$, где S– часть поверхности $\frac{y}{2} + 2x + \frac{z}{3} = 1$, расположенная в 1 октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz).

3.8. Вычислить интеграл $\iint\limits_S 5\pi xdydz + (9y+1)dxdz + 4\pi zdxdy$, где S– часть поверхности $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$, расположенная в 1 октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz).

3.9. Вычислить интеграл $\iint\limits_S 2dydz - ydxdz + \frac{3\pi}{2} zdxdy$, где S– часть поверхности $\frac{x}{3} + y + \frac{z}{4} = 1$, расположенная в 1 октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz).

3.10. Вычислить интеграл $\iint\limits_S 9\pi xdydz + (5y+1)dxdz + 2\pi zdxdy$, где S– часть поверхности $3x+y+\frac{z}{9}=1$, расположенная в 1 октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz).

3.11. Вычислить интеграл $\iint\limits_S 7\pi x dydz + 2\pi y dxdz + (7z+2)dxdy$, где S– часть поверхности $x+y+\frac{z}{2}=1$, расположенная в 1 октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz).

3.12. Вычислить интеграл $\iint\limits_S \pi y dxdz + (4-2z)dxdy$, где S– часть поверхности $\frac{y}{3}+2x+\frac{z}{4}=1$, расположенная в 1 октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz).

3.13. Вычислить интеграл $\iint\limits_S (3\pi-1)x dydz + (9\pi y+1)dxdz + 6\pi z dxdy$, где S– часть поверхности $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{9}=1$, расположенная в 1 октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz).

3.14. Вычислить интеграл $\iint\limits_S \pi x dydz + \frac{\pi}{2} y dxdz + (4-2z)dxdy$, где S– часть поверхности $\frac{y}{3}+x+\frac{z}{4}=1$, расположенная в 1 октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz).

3.15. Вычислить интеграл $\iint\limits_S (5y+3)dxdz + 11\pi z dxdy$, где S– часть поверхности $\frac{y}{3}+x+4z=1$, расположенная в 1 октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz).

3.16. Вычислить интеграл $\iint\limits_S 9\pi y dxdz + (7z+1)dxdy$, где S– часть поверхности $x+y+z=1$, расположенная в 1 октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz).

3.17. Вычислить интеграл $\iint\limits_S \pi y dxdz + (1-2z)dxdy$, где S– часть поверхности $\frac{x}{4}+\frac{y}{2}+z=1$, расположенная в 1 октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz).

3.18. Вычислить интеграл $\iint\limits_S (27\pi-1)xdydz + (34\pi y+3)dxdz + 20\pi zdxdy$, где S– часть поверхности $\frac{y}{9}+3x+z=1$, расположенная в 1 октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz).

3.19. Вычислить интеграл $\iint\limits_S \pi xdydz + 2dxdz + 2\pi zdxdy$, где S– часть поверхности $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+z=1$, расположенная в 1 октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz).

3.20. Вычислить интеграл $\iint\limits_S 4\pi xdydz + 7\pi ydxdz + (2z+1)dxdy$, где S– часть поверхности $\frac{y}{3}+2x+2z=1$, расположенная в 1 октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz).

3.21. Вычислить интеграл $\iint\limits_S 3\pi xdydz + 6\pi ydxdz + 10dxdy$, где S– часть поверхности $\frac{z}{3}+2x+y=1$, расположенная в 1 октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz).

3.22. Вычислить интеграл $\iint\limits_S \pi xdydz - 2ydxdz + dxdy$, где S– часть поверхности $\frac{y}{6}+2x+z=1$, расположенная в 1 октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz).

3.23. Вычислить интеграл $\iint\limits_S (21\pi-1)xdydz + 62\pi ydxdz + (1-2\pi z)dxdy$, где

S– часть поверхности $\frac{y}{2}+8x+\frac{z}{3}=1$, расположенная в 1 октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz).

3.24. Вычислить интеграл $\iint\limits_S \pi xdydz+2\pi ydxdz+2dxdy$, где S– часть поверхности $\frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{3}=1$, расположенная в 1 октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz).

3.25. Вычислить интеграл $\iint\limits_S 9\pi xdydz+2\pi ydxdz+8dxdy$, где S– часть поверхности $\frac{z}{3}+8y+2x=1$, расположенная в 1 октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz).

Задача 4

4.1. Вычислить интеграл $\iint\limits_S (x+z)dydz+(z+y)dxdy$, где S– замкнутая поверхность $x^2+y^2=9,\ z=x,\ z=0\ (z\geq 0)$, (нормаль внешняя).

4.2. Вычислить интеграл $\iint\limits_S 2xdydz+zdxdy$, где S– замкнутая поверхность $z=3x^2+2y^2+1,\ x^2+y^2=4, z=0$, (нормаль внешняя).

4.3. Вычислить интеграл $\iint\limits_S 2xdydz+2ydxdz+zdxdy$, где S– замкнутая поверхность $y=x^2, y=4x^2, y=1, (x\geq 0), z=y, z=0$, (нормаль внешняя).

4.4. Вычислить интеграл $\iint\limits_S 3xdydz-zdxdz$, где S– замкнутая поверхность $z=6-x^2-y^2, z^2=x^2+y^2\ (z\geq 0)$, (нормаль внешняя).

4.5. Вычислить интеграл $\iint\limits_S (z+y)dydz+ydxdz-xdxdy$, где S– замкнутая поверхность $x^2+z^2=2y,$ y=2 , (нормаль внешняя).

4.6. Вычислить интеграл $\iint\limits_S xdydz-(x+2y)dxdz+ydxdy$, где S– замкнутая поверхность $x^2 + y^2 = 1,\ x + 2y + 3z = 6, z = 0$, (нормаль внешняя).

4.7. Вычислить интеграл $\iint\limits_S 2(z - y)dxdz + (x - z)dxdy$, где S– замкнутая поверхность $z = x^2 + 3y^2 + 1,\ x^2 + y^2 = 1, z = 0$, (нормаль внешняя).

4.8. Вычислить интеграл $\iint\limits_S xdydz + zdxdz - ydxdy$, где S– замкнутая поверхность $z = 4 - 2x^2 - 2y^2, z = 2(\ x^2 + y^2)$, (нормаль внешняя).

4.9. Вычислить интеграл $\iint\limits_S zdydz - 4ydxdz + 2xdxdy$, где S– замкнутая поверхность $z = x^2 + y^2,\ z = 1$, (нормаль внешняя).

4.10. Вычислить интеграл $\iint\limits_S 4xdydz - 2ydxdz - zdxdy$, где S– замкнутая поверхность $3x + 2y = 12,\ 3x + y = 6, y = 0, x + y + z = 6, z = 0$, (нормаль внешняя).

4.11. Вычислить интеграл $\iint\limits_S xdydz - 2ydxdz + xdxdy$, где S– замкнутая поверхность $x + y = 1, x = 0, y = 0, z = x^2 + y^2, z = 0$, (нормаль внешняя).

4.12. Вычислить интеграл $\iint\limits_S zdydz + xdxdz - zdxdy$, где S– замкнутая поверхность $4z = x^2 + y^2, z = 4$, (нормаль внешняя).

4.13. Вычислить интеграл $\iint\limits_S 6xdydz - 2ydxdz - zdxdy$, где S– замкнутая поверхность $z = 3 - 2x^2 - 2y^2, z^2 =\ x^2 + y^2, z \geq 0$, (нормаль внешняя).

4.14. Вычислить интеграл $\iint\limits_S (z + y)dydz + (x - z)dxdz + zdxdy$, где S– замкнутая поверхность $x^2 + 4y^2 = 4, 3x + 4y + z = 12, z = 1$, (нормаль внешняя).

4.15. Вычислить интеграл $\iint\limits_S (y + 2z)dydz - ydxdz + 3xdxdy$, где S– замкнутая поверхность $3z = 27 - 2x^2 - 2y^2, z^2 =\ x^2 + y^2 (z \geq 0)$, (нормаль внешняя).

4.16. Вычислить интеграл $\iint\limits_S (y+6x)dydz+5(x+z)dxdz+4ydxdy$, где S– замкнутая поверхность $y=x, y=2x, z=x^2+y^2, z=0$, (нормаль внешняя).

4.17. Вычислить интеграл $\iint\limits_S ydydz+5ydxdz+zdxdy$, где S– замкнутая поверхность $x^2+y^2=1, z=x, z=0(\ z\geq 0)$, (нормаль внешняя).

4.18. Вычислить интеграл $\iint\limits_S zdydz+(3y-x)dxdz-zdxdy$, где S– замкнутая поверхность $z=x^2+y^2+2,\ x^2+y^2=1, z=0$, (нормаль внешняя).

4.19. Вычислить интеграл $\iint\limits_S ydydz+(x+2y)dxdz+xdxdy$, где S– замкнутая поверхность $x^2+y^2=2x, z=\ x^2+y^2$, (нормаль внешняя), z =0.

4.20. Вычислить интеграл $\iint\limits_S (x+y+z)dydz+(2y-x)dxdz+(3z+y)dxdy$, где S– замкнутая поверхность $y=x, y=2x, x=1, z=x^2+y^2, z=0$, (нормаль внешняя).

4.21. Вычислить интеграл $\iint\limits_S 7xdydz+zdxdz+(x-y+5z)dxdy$, где S– замкнутая поверхность $z=x^2+y^2, z=\ x^2+2y^2, y=x, y=2x, x=1$, (нормаль внешняя).

4.22. Вычислить интеграл $\iint\limits_S 17xdydz+7ydxdz+11zdxdy$, где S– замкнутая поверхность $z=x^2+y^2, z=2(\ x^2+y^2), y=x^2, y=x$, (нормаль внешняя).

4.23. Вычислить интеграл $\iint\limits_S xdydz-2ydxdz+3zdxdy$, где S– замкнутая поверхность $x^2+y^2=z, z=2x$, (нормаль внешняя).

4.24. Вычислить интеграл $\iint\limits_S (2x+y)dydz+(y+2z)dxdy$, где S– замкнутая поверхность $z=2-4x^2-4y^2, z=4(\ x^2+y^2)$, (нормаль внешняя).

4.25. Вычислить интеграл $\iint\limits_S (2y-3z)dydz+(3x+2z)dxdz+(x+y+z)dxdy$,

где S– замкнутая поверхность $x^2+y^2=1, z=4-x-y, z=0$, (нормаль внешняя).

Задача 5.

5.1. Найти поток векторного поля $\vec{a}=x^2\vec{i}+x\vec{j}+xz\vec{k}$, через замкнутую

поверхность S: $\begin{cases} z=x^2+y^2,\ z=1, \\ x=0,\ y=0 \quad 1 \text{ октант} \end{cases}$. (нормаль внешняя).

5.2. Найти поток векторного поля $\vec{a}=(x^2+y^2)\vec{i}+(x^2+y^2)\vec{j}+(x^2+y^2)\vec{k}$, через

замкнутую поверхность S: $\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ z=0,\ z=1 \end{cases}$. (нормаль внешняя).

5.3. Найти поток векторного поля $\vec{a}=x^2\vec{i}+y^2\vec{j}+z^2\vec{k}$, через замкнутую

поверхность S: $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=4, \\ x^2+y^2=z^2 \quad z\ge 0 \end{cases}$. (нормаль внешняя).

5.4. Найти поток векторного поля $\vec{a}=x^2\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$, через замкнутую

поверхность S: $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=1, \\ z=0 \quad z\ge 0 \end{cases}$. (нормаль внешняя).

5.5. Найти поток векторного поля $\vec{a}=xz\vec{i}+z\vec{j}+y\vec{k}$, через замкнутую

поверхность S: $\begin{cases} x^2+y^2=1-z, \\ z=0 \end{cases}$. (нормаль внешняя).

5.6. Найти поток векторного поля $\vec{a}=3xz\vec{i}-2x\vec{j}+y\vec{k}$, через замкнутую

поверхность S: $\begin{cases} x+y+z=2,\ x=1 \\ x=0, y=0, z=0. \end{cases}$ (нормаль внешняя).

5.7. Найти поток векторного поля $\vec{a}=x^2\vec{i}+y^2\vec{j}+z^2\vec{k}$, через замкнутую

поверхность S: $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=2, \\ z=0 \quad z\ge 0 \end{cases}$. (нормаль внешняя).

5.8. Найти поток векторного поля $\vec{a} = x^3\vec{i} + y^3\vec{j} + z^3\vec{k}$, через замкнутую поверхность S: $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ (нормаль внешняя).

5.9. Найти поток векторного поля $\vec{a} = (zx + y)\vec{i} + (zy - x)\vec{j} - (x^2 + y^2)\vec{k}$, через замкнутую поверхность S: $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1, \\ z = 0 \;\; z \geq 0 \;\; . \end{cases}$ (нормаль внешняя).

5.10. Найти поток векторного поля $\vec{a} = y^2x\vec{i} + z^2y\vec{j} + x^2z\vec{k}$, через замкнутую поверхность S: $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ (нормаль внешняя).

5.11. Найти поток векторного поля $\vec{a} = x^2\vec{i} + y^2\vec{j} + z^2\vec{k}$, через замкнутую поверхность S: $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1, \\ x = 0, y = 0, z = 0 \;\; \text{1 октант} \;\; . \end{cases}$ (нормаль внешняя).

5.12. Найти поток векторного поля $\vec{a} = x^2\vec{i} + xy\vec{j} + 3z\vec{k}$, через замкнутую поверхность S: $\begin{cases} x^2 + y^2 = z^2, \\ z = 4. \end{cases}$ (нормаль внешняя).

5.13. Найти поток векторного поля $\vec{a} = (zx + y)\vec{i} + (xy - z)\vec{j} + (x^2 + yz)\vec{k}$, через замкнутую поверхность S: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2, \\ z = 0, z = 1. \end{cases}$ (нормаль внешняя).

5.14. Найти поток векторного поля $\vec{a} = xy^2\vec{i} + x^2y\vec{j} + z\vec{k}$, через замкнутую поверхность S: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ z = 0, z = 1, x = 0, y = 0 \;\; \text{1 октант} \;\; . \end{cases}$ (нормаль внешняя).

5.15. Найти поток векторного поля $\vec{a} = xy\vec{i} + zy\vec{j} + zx\vec{k}$, через замкнутую поверхность S: $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 16, \\ x^2 + y^2 = z^2 (z \geq 0). \end{cases}$ (нормаль внешняя).

5.16. Найти поток векторного поля $\vec{a} = 3x^2\vec{i} - 2x^2y\vec{j} + (2x - 1)z\vec{k}$, через замкнутую поверхность S: $\begin{cases} x^2+y^2=1, \\ z=0, z=1. \end{cases}$ (нормаль внешняя).

5.17. Найти поток векторного поля $\vec{a}=x^2\vec{i}+y^2\vec{j}+2z\vec{k}$, через

замкнутую поверхность S: $\begin{cases} x^2+y^2=\dfrac{1}{4}, \\ z=0, z=2. \end{cases}$ (нормаль внешняя).

5.18. Найти поток векторного поля $\vec{a}=xy\vec{i}+zy\vec{j}+zx\vec{k}$, через

замкнутую поверхность S: $\begin{cases} x^2+y^2=4, \\ z=0, z=1. \end{cases}$ (нормаль внешняя).

5.19. Найти поток векторного поля $\vec{a}=xy\vec{i}+zy\vec{j}+zx\vec{k}$, через

замкнутую поверхность S: $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=1, \\ x=0, y=0, z=0 \text{ (1 октант)}. \end{cases}$ (нормаль внешняя).

5.20. Найти поток векторного поля $\vec{a}=z\vec{i}+zy\vec{j}-yx\vec{k}$, через

замкнутую поверхность S: $\begin{cases} x^2+y^2=4, \\ z=0, z=1. \end{cases}$ (нормаль внешняя).

5.21. Найти поток векторного поля $\vec{a}=(zx+y)\vec{i}-(2y-x)\vec{j}-(x^2+y^2)\vec{k}$, через

замкнутую поверхность S: $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=1, \\ z=0 (z\geq 0). \end{cases}$ (нормаль внешняя).

5.22. Найти поток векторного поля $\vec{a}=(x^2+xy)\vec{i}+(y^2+zy)\vec{j}+(z^2+xz)\vec{k}$, через

замкнутую поверхность S: $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=1, \\ x^2+y^2=z^2 (z\geq 0). \end{cases}$ (нормаль внешняя).

5.23. Найти поток векторного поля $\vec{a}=3x^2\vec{i}-2x^2y\vec{j}-(1-2x)\vec{k}$, через

замкнутую поверхность S: $\begin{cases} x^2+y^2=1, \\ z=0, z=1. \end{cases}$ (нормаль внешняя).

5.24. Найти поток векторного поля $\vec{a}=x^2\vec{i}$, через замкнутую поверхность

$$S:\quad \begin{cases} z=1-x-y, \\ x=0, y=0, z=0. \end{cases}$$ (нормаль внешняя).

5.25. Найти поток векторного поля $\vec{a}=(y^2+xz)\vec{i}+(yx-z)\vec{j}+(zy+x)\vec{k}$, через замкнутую поверхность $S:\quad \begin{cases} x^2+y^2=1, \\ z=0, z=\sqrt{2}. \end{cases}$ (нормаль внешняя).

Задача 6. Найти работу силы $\mathbf{F}$ при перемещении вдоль линии L от точки M к точке N.

6.1. $\vec{F}=(x^2-2y)\vec{i}+(y^2-2x)\vec{j}, L:$ отрезок $MN, M(-4,0),\ N(0,2)$.

6.2. $\vec{F}=(x^2+2y)\vec{i}+(y^2+2x)\vec{j}, L:$ отрезок $MN, M(-4,0),\ N(0,2)$.

6.3. $\vec{F}=(x^2+2y)\vec{i}+(y^2+2x)\vec{j}, L:\ 2-\dfrac{x^2}{8}=y, M(-4,0),\ N(0,2)$.

6.4. $\vec{F}=(x+y)\vec{i}+2x\vec{j}, L:\ x^2+y^2=4\ (y\ge 0), M(2,0),\ N(-2,0)$.

6.5. $\vec{F}=x^3\vec{i}-y^3\vec{j}, L:\ x^2+y^2=4\ (x\ge 0,\ y\ge 0), M(2,0),\ N(0,2)$.

6.6. $\vec{F}=(x+y)\vec{i}+(x-y)\vec{j}, L:\ y=x^2, M(-1,1),\ N(1,1)$.

6.7. $\vec{F}=x^2y\vec{i}-y\vec{j}, L:$ отрезок $MN, M(-1,0),\ N(0,1)$.

6.8. $\vec{F}=(2xy-y)\vec{i}+(x^2+x)\vec{j}, L:\ x^2+y^2=9\ (y\ge 0), M(3,0),\ N(-3,0)$.

6.9. $\vec{F}=(x+y)\vec{i}+(x-y)\vec{j}, L:\ x^2+\dfrac{y^2}{9}=1\ (x\ge 0,\ y\ge 0), M(1,0),\ N(0,3)$.

6.10. $\vec{F}=y\vec{i}-x\vec{j}, L:\ x^2+y^2=1\ (y\ge 0), M(1,0),\ N(-1,0)$.

6.11. $\vec{F}=(x^2+y^2)\vec{i}+(x^2-y^2)\vec{j}, L:\ \begin{cases} x,\ 0\le x\le 1; \\ 2-x,\ 1\le x\le 2; \end{cases} M(2,0),\ N(0,0)$.

6.12. $\vec{F}=y\vec{i}-x\vec{j}, L:\ x^2+y^2=2\ (y\ge 0), M(\sqrt{2},0),\ N(-\sqrt{2},0)$.

6.13. $\vec{F}=xy\vec{i}+2y\vec{j}, L:\ x^2+y^2=1\ (x\ge 0,\ y\ge 0), M(1,0),\ N(0,1)$.

6.14. $\vec{F}=y\vec{i}-x\vec{j}, L:\ 2x^2+y^2=1\ (y\ge 0), M\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}},0\right),\ N\left(-\dfrac{1}{\sqrt{2}},0\right)$.

6.15. $\vec{F}=(x^2+y^2)(\vec{i}+2\vec{j}), L:\ x^2+y^2=R^2\ \ (y\ge 0), M(R,0),\ N(-R,0)$.

6.16. $\vec{F} = x^2 y\vec{i} - xy^2\vec{j}, L:\ x^2 + y^2 = 4\ (x \ge 0,\ y \ge 0), M(2,0),\ N(0,2).$

6.17. $\vec{F} = y^2\vec{i} - x^2\vec{j}, L:\ x^2 + y^2 = 9\ (x \ge 0,\ y \ge 0), M(3,0),\ N(0,3).$

6.18. $\vec{F} = (x+y)^2\vec{i} - (x^2 + y^2)\vec{j}, L:$ отрезок $MN, M(1,0),\ N(0,1).$

6.19. $\vec{F} = (x^2 + y^2)\vec{i} + y^2\vec{j}, L:$ отрезок $MN, M(2,0),\ N(0,2).$

6.20. $\vec{F} = x^2\vec{j}, L:\ x^2 + y^2 = 9\ (x \ge 0,\ y \ge 0), M(3,0),\ N(0,3).$

6.21. $\vec{F} = (y^2 - y)\vec{i} + (2xy + x)\vec{j}, L:\ x^2 + y^2 = 9\ (y \ge 0), M(3,0),\ N(-3,0).$

6.22. $\vec{F} = xy\vec{i}, L:\ y = \sin x, M(\pi,0),\ N(0,0).$

6.23. $\vec{F} = (xy - y^2)\vec{i} + x\vec{j}, L:\ y = 2x^2, M(0,0),\ N(1,2).$

6.24. $\vec{F} = x\vec{i} + y\vec{j}, L:$ отрезок $MN, M(1,0),\ N(0,3).$

6.25. $\vec{F} = (xy - x)\vec{i} + \dfrac{x^2}{2}\vec{j}, L:\ y = 2\sqrt{x}, M(0,0),\ N(1,2).$

Задача 7. Найти циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура L (в направлении, соответствующем возрастанию параметра t).

7.1. $\vec{a} = y\vec{i} - x\vec{j} + z^2\vec{k}, L: \begin{cases} x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\cos t,\ y = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\cos t, \\ z = \sin t. \end{cases}$

7.2. $\vec{a} = -x^2 y^3\vec{i} + \vec{j} + z\vec{k}, L: \begin{cases} x = \sqrt[3]{4}\cos t,\ y = \sqrt[3]{4}\sin t, \\ z = 3. \end{cases}$

7.3. $\vec{a} = (y - z)\vec{i} + (z - x)\vec{j} + (x - y)\vec{k}, L: \begin{cases} x = \cos t,\ y = \sin t, \\ z = 2(1 - \cos t). \end{cases}$

7.4. $\vec{a} = x^2\vec{i} + y\vec{j} - z\vec{k}, L: \begin{cases} x = \cos t,\ y = (\sqrt{2}\sin t)/2, \\ z = (\sqrt{2}\cos t)/2. \end{cases}$

7.5. $\vec{a} = (y - z)\vec{i} + (z - x)\vec{j} + (x - y)\vec{k}, L: \begin{cases} x = 4\cos t,\ y = 4\sin t, \\ z = 1 - \cos t. \end{cases}$

7.6. $\vec{a} = 2y\vec{i} - 3x\vec{j} + x\vec{k}, L: \begin{cases} x = 2\cos t,\ y = 2\sin t, \\ z = 2 - 2\cos t - 2\sin t. \end{cases}$

7.7. $\vec{a} = 2z\vec{i} - x\vec{j} + y\vec{k}, L: \begin{cases} x = 2\cos t,\ y = 2\sin t, \\ z = 1. \end{cases}$

7.8. $\vec{a} = y\vec{i} - x\vec{j} + z\vec{k}, L: \begin{cases} x = \cos t,\ y = \sin t, \\ z = 3. \end{cases}$

7.9. $\vec{a} = x\vec{i} + z^2\vec{j} + y\vec{k}, L: \begin{cases} x = \cos t,\ y = 2\sin t, \\ z = 2\cos t - 2\sin t - 1. \end{cases}$

7.10. $\vec{a} = 3y\vec{i} - 3x\vec{j} + x\vec{k}, L: \begin{cases} x = 3\cos t,\ y = 3\sin t, \\ z = 3 - 3\cos t - 3\sin t. \end{cases}$

7.11. $\vec{a} = -x^2y^3\vec{i} + 2\vec{j} + xz\vec{k}, L: \begin{cases} x = \sqrt{2}\cos t,\ y = \sqrt{2}\sin t, \\ z = 1. \end{cases}$

7.12. $\vec{a} = 6z\vec{i} - x\vec{j} + xy\vec{k}, L: \begin{cases} x = 3\cos t,\ y = 3\sin t, \\ z = 3. \end{cases}$

7.13. $\vec{a} = z\vec{i} + y^2\vec{j} - x\vec{k}, L: \begin{cases} x = \sqrt{2}\cos t,\ y = 2\sin t, \\ z = \sqrt{2}\cos t. \end{cases}$

7.14. $\vec{a} = x\vec{i} + 2z^2\vec{j} + y\vec{k}, L: \begin{cases} x = \cos t,\ y = 3\sin t, \\ z = 2\cos t - 3\sin t - 2. \end{cases}$

7.15. $\vec{a} = x\vec{i} - \dfrac{1}{3}z^2\vec{j} + y\vec{k}, L: \begin{cases} x = (\cos t)/2,\ y = (\sin t)/3, \\ z = \cos t - (\sin t)/3 - 1/4. \end{cases}$

7.16. $\vec{a} = 4y\vec{i} - 3x\vec{j} + x\vec{k}, L: \begin{cases} x = 4\cos t,\ y = 4\sin t, \\ z = 4 - 4\cos t - 4\sin t. \end{cases}$

7.17. $\vec{a} = -z\vec{i} - x\vec{j} + xz\vec{k}, L: \begin{cases} x = 5\cos t,\ y = 5\sin t, \\ z = 4. \end{cases}$

7.18. $\vec{a} = z\vec{i} + x\vec{j} + y\vec{k}, L: \begin{cases} x = 2\cos t,\ y = 2\sin t, \\ z = 0. \end{cases}$

7.19. $\vec{a} = (y - z)\vec{i} + (z - x)\vec{j} + (x - y)\vec{k}, L: \begin{cases} x = 3\cos t,\ y = 3\sin t, \\ z = 2(1 - \cos t). \end{cases}$

7.20. $\vec{a} = 2y\vec{i} - z\vec{j} + x\vec{k}, L: \begin{cases} x = \cos t,\ y = \sin t, \\ z = 4 - \cos t - \sin t. \end{cases}$

7.21. $\vec{a} = xz\vec{i} + x\vec{j} + z^2\vec{k}, L: \begin{cases} x = \cos t,\ y = \sin t, \\ z = \sin t. \end{cases}$

7.22. $\vec{a} = -x^2y^3\vec{i} + 3\vec{j} + y\vec{k}, L: \begin{cases} x = \cos t,\ y = \sin t, \\ z = 5. \end{cases}$

7.23. $\vec{a} = 7z\vec{i} - x\vec{j} + yz\vec{k}, L: \begin{cases} x = 6\cos t,\ y = 6\sin t, \\ z = 1/3. \end{cases}$

7.24. $\vec{a} = xy\vec{i} + x\vec{j} + y^2\vec{k}, L: \begin{cases} x = \cos t,\ y = \sin t, \\ z = \sin t. \end{cases}$

7.25. $\vec{a} = x\vec{i} - z^2\vec{j} + y\vec{k}, L: \begin{cases} x = 2\cos t,\ y = 3\sin t, \\ z = 4\cos t - 3\sin t - 3. \end{cases}$

Задача 8. Найти циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура L.

Указание: произведите параметризацию линии

8.1. $\vec{a} = (x^2 - y)\vec{i} + x\vec{j} + \vec{k}, L: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ z = 1. \end{cases}$

8.2. $\vec{a} = xz\vec{i} - \vec{j} + y\vec{k}, L: \begin{cases} z = 5(x^2 + y^2) - 1, \\ z = 4. \end{cases}$

8.3. $\vec{a} = yz\vec{i} + 2xz\vec{j} + xy\vec{k}, L: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25, \\ x^2 + y^2 = 9\ (z > 0). \end{cases}$

8.4. $\vec{a} = x\vec{i} + yz\vec{j} - x\vec{k}, L: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ x + y + z = 1. \end{cases}$

8.5. $\vec{a} = (x - y)\vec{i} + x\vec{j} - z\vec{k}, L: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ z = 1. \end{cases}$

8.6. $\vec{a} = y\vec{i} - x\vec{j} + z^2\vec{k}, L: \begin{cases} z = 3(x^2 + y^2) + 1, \\ z = 4. \end{cases}$

8.7. $\vec{a} = yz\vec{i} + 2xz\vec{j} + y^2\vec{k}, L: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25, \\ x^2 + y^2 = 16 \ (z > 0). \end{cases}$

8.8. $\vec{a} = xy\vec{i} + yz\vec{j} + xz\vec{k}, L: \begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ x + y + z = 1. \end{cases}$

8.9. $\vec{a} = y\vec{i} + (1 - x)\vec{j} - z\vec{k}, L: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 4, \\ x^2 + y^2 = 1 \ (z > 0). \end{cases}$

8.10. $\vec{a} = y\vec{i} - x\vec{j} + z^2\vec{k}, L: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ z = 4. \end{cases}$

8.11. $\vec{a} = 4x\vec{i} + 2\vec{j} - xy\vec{k}, L: \begin{cases} z = 2(x^2 + y^2) + 1, \\ z = 7. \end{cases}$

8.12. $\vec{a} = 2y\vec{i} - 3x\vec{j} + z^2\vec{k}, L: \begin{cases} x^2 + y^2 = z, \\ z = 1. \end{cases}$

8.13. $\vec{a} = -3z\vec{i} + y^2\vec{j} + 2y\vec{k}, L: \begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ x - 3y - 2z = 1. \end{cases}$

8.14. $\vec{a} = 2y\vec{i} + 5z\vec{j} + 3x\vec{k}, L: \begin{cases} 2x^2 + 2y^2 = 1, \\ x + y + z = 3. \end{cases}$

8.15. $\vec{a} = 2y\vec{i} + \vec{j} - 2yz\vec{k}, L: \begin{cases} x^2 + y^2 - z^2 = 0, \\ z = 2. \end{cases}$

8.16. $\vec{a} = (x - y)\vec{i} + x\vec{j} + z^2\vec{k}, L: \begin{cases} x^2 + y^2 - 4z^2 = 0, \\ z = \dfrac{1}{2}. \end{cases}$

8.17. $\vec{a} = xz\vec{i} - \vec{j} + y\vec{k}, L: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 4, \\ z = 1. \end{cases}$

8.18. $\vec{a} = 2yz\vec{i} + xz\vec{j} - x^2\vec{k}, L: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25, \\ x^2 + y^2 = 9 \ (z > 0). \end{cases}$

8.19. $\vec{a} = 4x\vec{i} - yz\vec{j} + x\vec{k}, L: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ x + y + z = 1. \end{cases}$

8.20. $\vec{a} = -y\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}, L: \begin{cases} x^2 + y^2 - z^2 = 0, \\ z = 1. \end{cases}$

8.21. $\vec{a} = y\vec{i} + 3x\vec{j} + z^2\vec{k}, L: \begin{cases} z = x^2 + y^2 - 1, \\ z = 3. \end{cases}$

8.22. $\vec{a} = 2yz\vec{i} + xz\vec{j} + y^2\vec{k}, L: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25, \\ x^2 + y^2 = 16 \ (z > 0). \end{cases}$

8.23. $\vec{a} = (2 - xy)\vec{i} - yz\vec{j} - xz\vec{k}, L: \begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ x + y + z = 1. \end{cases}$

8.24. $\vec{a} = -y\vec{i} + x\vec{j} + 3z^2\vec{k}, L: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 9, \\ x^2 + y^2 = 1 \ (z > 0). \end{cases}$

8 .25. $\vec{a} = y\vec{i} - x\vec{j} + 2z\vec{k}, L: \begin{cases} x^2 + y^2 - \dfrac{z^2}{4} = 0, \\ z = 2. \end{cases}$