# Тема: Решение логических задач

# Лучшие задачи на логику, Шабан Т.С., Ядловский А.Н., Гусев И.Е., Мерников А.Г., 2018.<https://nashol.com/20190627110722/luchshie-zadachi-na-logiku-shaban-t-s-yadlovskii-a-n-gusev-i-e-mernikov-a-g-2018.html>

# <https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/516600/>

Разнообразие логических задач очень велико. Способов их решения тоже немало. Но наибольшее распространение получили следующие три способа решения логических задач:

1. с помощью рассуждений.

2. табличный;

3. средствами алгебры логики;

Несложные задачи можно решать способами 1 или 2, но нас больше интересует способ 3.

1. **Способ решения с помощью рассуждений**

Рассуждения ведутся с использованием свойств пропозициональных связок.

***Пример 1.***Вадим, Сергей и Михаил изучают различные иностранные языки: китайский, японский и арабский. На вопрос, какой язык изучает каждый из них, один ответил: "Вадим изучает китайский, Сергей не изучает китайский, а Михаил не изучает арабский".

Впоследствии выяснилось, что в этом ответе только одно утверждение верно, а два других ложны. Какой язык изучает каждый из молодых людей?

*Решение.* Имеется три утверждения:

1. Вадим изучает китайский;
2. Сергей не изучает китайский;
3. Михаил не изучает арабский.

Если верно первое утверждение, то верно и второе, так как юноши изучают разные языки. Это противоречит условию задачи, поэтому первое утверждение ложно.

Если верно второе утверждение, то первое и третье должны быть ложны. При этом получается, что никто не изучает китайский. Это противоречит условию, поэтому второе утверждение тоже ложно.

Остается считать верным третье утверждение, а первое и второе – ложными. Следовательно, Вадим не изучает китайский, китайский изучает Сергей.

*Ответ.*Сергей изучает китайский язык, Михаил – японский, Вадим – арабский.

1. **Табличный способ решения**

Результаты рассуждений фиксируются с помощью специально составленных таблиц.

***Пример 2.*** В симфонический оркестр приняли на работу трёх музыкантов: Брауна, Смита и Вессона, умеющих играть на скрипке, флейте, альте, кларнете, гобое и трубе.

Известно, что:

1. Смит самый высокий;
2. играющий на скрипке меньше ростом играющего на флейте;
3. играющие на скрипке и флейте и Браун любят пиццу;
4. когда между альтистом и трубачом возникает ссора, Смит мирит их;
5. Браун не умеет играть ни на трубе, ни на гобое.

На каких инструментах играет каждый из музыкантов, если каждый владеет двумя инструментами?

*Решение.*Составим таблицу и отразим в ней условия задачи, заполнив соответствующие клетки цифрами 0 и 1 в зависимости от того, ложно или истинно соответствующее высказывание.

Так как музыкантов трое, инструментов шесть и каждый владеет только двумя инструментами, получается, что каждый музыкант играет на инструментах, которыми остальные не владеют.

Из условия 4 следует, что Смит не играет ни на альте, ни на трубе,

а из условий 3 и 5, чтоБраун не умеет играть на скрипке, флейте, трубе и гобое. Следовательно, инструментыБрауна – альт и кларнет. Занесем это в таблицу, а оставшиеся клетки столбцов "альт" и "кларнет" заполним нулями:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | скрипка | флейта | альт | кларнет | гобой | труба |
| Браун | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| Смит |  |  | 0 | 0 |  | 0 |
| Вессон |  |  | 0 | 0 |  |  |

Теперь из таблицы видно, что на трубе может играть только Вессон.

Из условий 1 и 2 следует, что Смит не скрипач. Так как на скрипке не играет ни Браун, ниСмит, то скрипачом является Вессон. Оба инструмента, на которых играет Вессон, теперь определены, поэтому остальные клетки строки "Вессон" можно заполнить нулями:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | скрипка | | флейта | альт | кларнет | гобой | труба |
| Браун | 0 | | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| Смит | 0 | |  | 0 | 0 |  | 0 |
| Вессон | 1 | 0 | | 0 | 0 | 0 | 1 |

Теперь в таблице остались только 2 незаполненные клетки. Смит может играть только на флейте гобое.

*Ответ:*Браун играет на альте и кларнете, Смит – на флейте и гобое, Вессон – на скрипке и трубе.

1. **Способ решения средствами алгебры логики**

Это наиболее универсальный метод, хотя возможно не самый экономичный. Обычно используется следующая схема решения:

* изучить условие задачи;
* выделить простые высказывания и обозначить их буквами;
* записать условие задачи на языке алгебры логики;
* составить конечную формулу, для этого объединить логическим умножением формулы каждого утверждения, приравнять произведение к единице;
* упростить формулу;
* проанализировать полученный результат или составить таблицу истинности, найти по таблице значения переменных, для которых значение функции равно 1;
* из полученных значений истинности формулы определяются значения истинности введённых логических высказываний, на основании которых делается заключение о решении.

***Пример 3.***Трое друзей, болельщиков автогонок "Формула-1", спорили о результатах предстоящего этапа гонок.

– Вот увидишь, Шумахер не придет первым, сказал Джон. Первым будет Хилл.

– Да нет же, победителем будет, как всегда, Шумахер, воскликнул Ник. А об Алези и говорить нечего, ему не быть первым.

Питер, к которому обратился Ник, возмутился:

– Хиллу не видать первого места, а вот Алези пилотирует самую мощную машину.

По завершении этапа гонок оказалось, что каждое из двух предположений двоих друзей подтвердилось, а оба предположения третьего из друзей оказались неверны. Кто выиграл этап гонки?

*Решение.*Введем обозначения для логических высказываний: *S* – «победит Шумахер»; *X* – «победит Хилл»; *А* – «победит Алези».

Реплика Ника «Алези пилотирует самую мощную машину» не содержит никакого утверждения о месте, которое займёт этот гонщик, поэтому в дальнейших рассуждениях не учитывается.

Зафиксируем высказывание каждого из друзей:

Джон:

Ник:

Питер:

Учитывая то, что предположения двух друзей подтвердились, а предположения третьего неверны, запишем и упростим истинное высказывание:

()()()=…=

Высказывание истинно только при *S*=1, *A*=0, *X*=0

**Ответ:** Победителем этапа гонок стал Шумахер

**Задание 1. Решение логических задач**

Попробуйте решить задачу с помощью алгебры логики

1. Брауну, Джонсу и Смиту предъявлено обвинение в соучастии в ограблении банка. Похитители скрылись на поджидавшем их автомобиле. На следствии Браун показал, что преступники скрылись на синем «Бьюике», Джонс сказал, что это был черный «Крайслер», а Смит утверждает, что это был «Форд мустанг» и ни в коем случае не синий. Стало известно, что желая запутать следствие, каждый из них указал правильно либо только марку машины, либо только ее цвет. Какой марки и цвета был автомобиль?
2. 0дин раз на стройке пропали кирпичи. Прораб, возмущённый тем, что кирпичи пропали без его ведома, решил выяснить кто же решился на такой дерзкий поступок. Выяснилось, что кирпичи могли украсть или монтажник Иванов или крановщик Сидоров или моляр Петров. Прораб выяснил, что укравший кирпичи был левша. Каждый из трёх подозреваемых сделал по два утверждения:

Иванов: - Я не левша. Я не брал кирпичи.

Сидоров: - Я левша. Я не брал кирпичи.

Петров: - Я не левша. Левша брал кирпичи.

Прораб обнаружил, что двое из подозреваемых сказали правду и только один из подозреваемых не был левшой. Так кто украл?

1. В кафе встретились три друга: скульптор Белов, скрипач Чернов и художник Рыжов. "Замечательно, что один из нас имеет белые, один черные и один рыжие волосы, но ни у одного из них нет волос того цвета, на который указывает его фамилия", заметил черноволосый. "Ты прав", - сказал Белов.

Какой цвет волос у художника?

1. По обвинению в ограблении перед судом предстали Иванов, Петров, Сидоров. Следствием установлено следующее:

1) Если Иванов не виновен или Петров виновен, то Сидоров виновен.

2) Если Иванов не виновен, то Сидоров не виновен.

Виновен ли Иванов?

1. Виктор, Роман, Юрий и Сергей заняли на математической олимпиаде первые четыре места. Когда их спросили о распределении мест, они дали три таких ответа:

1) Сергей - первый, Роман - второй;

2) Сергей - второй, Виктор - третий;

3) Юрий - второй, Виктор - четвертый.

Как распределились места, если в каждом ответе только одно утверждение истинно?

1. Приведите рассуждения и представьте ответ на поставленный вопрос:

Узнику предложены на выбор три комнаты, в одной из которых находилась принцесса, а в двух других сидели тигры. На дверях комнат были вывешены таблицы со следующими надписями:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| I | II | III |
| В этой комнате сидит тигр | В этой комнате находится принцесса | Тигр сидит в комнате II |

Король сообщил узнику, что только одно из этих утверждений является истинным. В какой по номеру комнате находится принцесса?

1. Приведите рассуждения и дайте ответ на поставленный вопрос:

"Перед судом стоит три человека, из которых каждый может быть либо туземцем, либо колониалистом. Судья знает, что туземцы всегда отвечают на вопросы правдиво, между тем как колониалисты всегда лгут. Однако судья не знает, кто из них туземец, а кто колониалист. Он спрашивает первого, но не понимает его ответа. Поэтому он спрашивает сначала второго, а потом третьего о том, что ответил первый. Второй говорит, что первый говорил, что он туземец. Третий говорит, что первый назвал себя колониалистом. Кем были второй и третий подсудимые?"

1. Приведите рассуждения и дайте ответ на поставленный вопрос:

"На острове живут два племени: молодцы, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Путешественник встретил туземца, спросил его, кто он такой, и, когда услышал, что он из племени молодцов, нанял его в услужение. Они пошли и увидели вдали другого туземца, и путешественник послал своего слугу спросить его, к какому племени он принадлежит. Слуга вернулся и сказал, что тот утверждает, что он из племени молодцов. Спрашивается, был ли слуга молодцом или же лгуном.

1. Приведите рассуждения и дайте ответ на поставленный вопрос.

Профессор КУКУШКА послал своим коллегам в семь стран научные труды, перепутав конверты. Чех КУКАЧКА, интересующийся орлами, получил письма на датском языке и статью о фламинго, которая была предназначена французу КУКУ. Последний получил итальянское письмо и статью о клесте, предназначенную для голландца КОКОКА, который получил испанское письмо и монографию о лазоревке, интересующую датчанина КУКЕНА, получившего статью об орлах. Итальянец КУКУЛО интересующийся пчелоедом, получил немецкое письмо, а немец КУКУК, интересующийся ласточками, - французское. Кто получил статью, предназначенную для испанца КУКИЛО, и на каком языке было написано письмо, которое КУКИЛО получил?

1. Маша, Саша и Миша во время летней практики нашли старинную ам­фору и показали учителю истории. Он попросил высказать каждого их них предположения о том, что это за амфора. Ребята сказали:

Маша: «Эта амфора греческая и изготовлена в V веке».

Саша: «Эта амфора финикийская и изготовлена в III веке».

Миша: «Эта амфора не греческая и изготовлена в IV веке».

Каждый из ребят оказался прав только в одном предположении. Где и в каком веке была изготовлена амфора?

1. Синоптик объявляет прогноз погоды на завтра и утверждает следующее:
2. Если не будет ветра, то будет пасмурная погода без дождя.
3. Если будет дождь, то будет пасмурно и без ветра.
4. Если будет пасмурная погода, то будет дождь и не будет ветра.  
   Так какая же погода будет завтра?

Подсказка. Здесь нужно упростить систему высказываний

1. Путешественник попал на Остров Рыцарей и Лжецов. Туземцы из племени рыцарей всегда говорят правду, а туземцы-лжецы всегда врут. Он встречает двух туземцев. «Вы всегда говорите только правду?» – спрашивает он высокого туземца. Тот отвечает: «Тарабара». «Он сказал «Да», – поясняет туземец поменьше ростом, – но он ужасный лжец». К какому племени принадлежит каждый из туземцев?
2. В этой задаче два персонажа, *А* и *В*. *А* говорит: «Я лжец и ты лжец». Кто из двух персонажей *А* и *В* – рыцарь и кто – лжец? Учтите, что рыцари всегда говорят правду, а лжецы – всегда неправду.
3. Предположим, что *А* говорит *В*: «Я лжец, но и ты не рыцарь». Кто из островитян *А* и *В* – рыцарь и кто – лжец? Учтите, что рыцари всегда говорят правду, а лжецы – всегда неправду.
4. Снова два персонажа, *А* и *В*. *А* говорит: «Я – лжец или ты – лжец». Кто – рыцарь, кто – лжец? Учтите, что рыцари всегда говорят правду, а лжецы – всегда неправду.
5. В этой задаче – три персонажа: *А*, *В* и *С*, каждый из которых может быть рыцарем или лжецом. Учтите, что рыцари всегда говорят правду, а лжецы – всегда неправду. *А* и *В* высказывают следующие утверждения:

*А*: мы все – лжецы;

*В*: ровно один из нас – рыцарь.

Кто такие *А*, *В* и *С*?

**Задание 2.** **Проверить логическое следование или упростить систему высказываний**

1. Исследовать на противоречивость систему высказывательных схем:

Контракт будет выполнен тогда и только тогда, когда дом будет закончен в феврале. Если дом будет закончен в феврале, то мы можем переезжать 1 марта. Если мы не сможем переехать 1 марта, то мы должны внести квартирную плату за март. Следовательно, мы не будем вносить квартирную плату за март.

1. Проверить правильность рассуждений.

Если фигура есть параллелограмм, то противоположные стороны ее параллельны и заключены между параллельными сторонами. Если отрезки параллельных прямых заключены между другими параллельными сторонами, то они равны. Противоположные стороны фигуры попарно равны. Следовательно, фигура есть параллелограмм.

1. Проверить правильность рассуждений.

Если α и β – вертикальные углы, то они равны. Углы α и β не вертикальные. Углы α и β – противоположные углы параллелограмма. Следовательно, углы α и β равны.

1. На предприятии есть три цеха: A, B, C, договорившиеся о порядке утверждения проектов, а именно:
2. Если цех B не участвует в утверждении проекта, то в этом утверждении не участвует и цех A.
3. Если цех B принимает участие в утверждении проекта, то в нем принимают участие цеха A и C.

Спрашивается, 3) обязан ли при этих условиях цех C принимать участие в утверждении проекта, когда в нем принимает участие цех A?

Подсказка: нужно проверить, что из посылок 1) и 2) следует заключение 3)

1. Упростить систему высказываний

Администрация морского порта издала следующие распоряжения:

1) Если капитан корабля получает специальное указание, то он должен покинуть порт на своем корабле.

2) Если капитан не получает специального указания, то он не должен покидать порта или он впредь лишается возможности захода в этот порт.

3) Капитан или лишается впредь возможности захода в этот порт или не получает специального указания.

Упростить эту систему распоряжений.

1. Командир осажденной крепости послал следующие три сообщения:

1) Если нам удастся получить продовольствие, то нам не будет угрожать смерть от голода.

2) Если нам не удастся получить продовольствие, то или нам будет угрожать смерть от голода, или мы попытаемся прорвать кольцо окружения.

3) Если нам будет угрожать смерть от голода, то мы попытаемся прорвать кольцо окружения.

Упростить эту систему сообщений.

1. На факультативе по математической логике учитель сообщил учащимся, собирающимся в турпоход, следующие сведения о готовящемся походе:

1) Будут приобретены новые палатки, новые рюкзаки, и класс пойдет в поход.

2) Палатки и рюкзаки приобретаться не будут, и класс в поход не пойдет.

3) Будут приобретаться новые палатки, рюкзаки приобретаться не будут, класс в поход пойдет.

4) Неверно, что либо будут приобретены новые палатки, либо не будут приобретены новые рюкзаки, либо класс пойдет в поход.

Зная, что, по крайней мере, одно из четырех сообщений верно, упростить информацию.

1. Проверить совместность утверждений.

Либо свидетель не был запуган, либо, если Генри покончил жизнь самоубийством, то записка была найдена. Если свидетель был запуган, то Генри не покончил жизнь самоубийством. Если записка была найдена, то Генри покончил жизнь самоубийством.

Подсказка: выражению «либо..., либо...» соответствует Булева функция ⊕ – «сложение по модулю 2»

1. Выяснить, являются ли следующие рассуждения логически верными.

Если Джонс не встречал ночью Смита, то Смит был убийцей или Джонс лжет. Если Смит не был убийцей, то Джонс не встречал Смита этой ночью, и убийство имело место после полуночи. Если убийство имело место после полуночи, то Смит был убийцей или Джонс не лжет. Следовательно, Смит был убийцей.