

Министерство образования и науки Российской Федерации
Южно-Уральский государственный университет
Факультет математики, механики и компьютерных наук

51(07)
Ш965

С.А. Шунайлова

МАТЕМАТИКА

Сборник задач для студентов укрупненной группы
«Экономика и управление»

Часть I

Челябинск
Издательский центр ЮУрГУ
2014

УДК 510(022)(076.1)
Ш965

*Одобрено
учебно-методической комиссией
факультета математики, механики и компьютерных наук*

*Рецензенты:
Кипнис М.М., Пазий Н.Д.*

Ш965 **Шунайлова, С.А.**

Математика: сборник задач для студентов укрупненной группы «Экономика и управление» / С.А. Шунайлова. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2014. – Ч. I. – 35 с.

Сборник содержит задачи, предназначенные для проведения практических занятий и организации самостоятельной работы студентов первого курса следующих направлений и специальностей: 38.03.01 «Экономика», 38.03.02 «Менеджмент», 38.03.03 «Управление персоналом», 38.03.04 «Государственное и муниципальное управление», 38.03.05 «Бизнес-информатика», 38.05.01 «Экономическая безопасность», 38.05.02 «Таможенное дело».

УДК 510(022)(076.1)

© Издательский центр ЮУрГУ, 2014

МАТРИЦЫ

1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Найдите: а) $3A - 2B - C$; б) $2A + 4B - 3C$.

2. Найдите a , b , c из уравнений:

$$\text{а) } 3 \begin{pmatrix} a & 3 & c \\ 4 & b & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 5 & c & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4c & 7 & 5 \\ 7 & -8 & a \end{pmatrix};$$

$$\text{б) } 2 \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ b & a \\ 3 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & c \\ a & c \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ c & 6 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}.$$

3. Выполните действия:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 3 & -2 & 4 \\ 5 & 0 & 6 & -4 \end{pmatrix};$$

$$\text{ж) } \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}^2;$$

$$\text{б) } (1 \ 2 \ 3) \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix};$$

$$\text{з) } \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}^3;$$

$$\text{в) } \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} (1 \ 2 \ 3);$$

$$\text{и) } \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix};$$

$$\text{г) } \begin{pmatrix} 3 & 5 & -4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix};$$

$$\text{к) } \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix} (5 \ 4 \ -8 \ 0);$$

$$\text{д) } \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 5 & -4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix};$$

$$\text{л) } (5 \ 4 \ -8 \ 0) \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix}.$$

$$\text{е) } \begin{pmatrix} 1 & 5 & -4 & 7 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 5 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \\ 4 & 3 & 1 \\ -5 & 6 & 2 \end{pmatrix};$$

4. Найдите матрицу $C = A^T B - AB^T$, $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

5. Найдите матрицу $C = A^T B - 2B^T$, $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

6. Найдите матрицу $C = 3A + B^T A^T$, если $A = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & -1 & 8 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

7. Найдите матрицу $C = A^2 + A^T B$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

8. Вычислите AA^T и $A^T A$ для заданных матриц A :

а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 4 & -1 & 5 & -1 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & -2 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$.

Вычислите.

9. $\begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^n$.

10. $\begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}^n$.

Найдите значение многочлена $f(x)$ от матрицы A .

11. $f(x) = 3x^2 - 4$, $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.

12. $f(x) = x^2 - 3x + 1$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$.

13. $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$, $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}$.

ОПРЕДЕЛИТЕЛИ

14. Пользуясь свойствами определителей, докажите равенства:

а) $\begin{vmatrix} 1 & a & b \\ 2 & a^2 & b^2 \\ 4 & a^4 & b^4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ a & a^2 & a^4 \\ b & b^2 & b^4 \end{vmatrix}$;

г) $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 8 \\ 3 & 9 & 11 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 6 & 7 \\ 0 & 8 & 10 \end{vmatrix}$;

б) $\begin{vmatrix} x & 1 & 4 \\ y & 2 & 5 \\ z & 3 & 6 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & x & 4 \\ 2 & y & 5 \\ 3 & z & 6 \end{vmatrix}$;

д) $\begin{vmatrix} x & 1 & 0 \\ y & 2 & 5 \\ z & 3 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 1 & 0 \\ y & 2 & 5 \\ z+1 & 3 & 1 \end{vmatrix}$.

в) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 100 \\ 2 & 3 & 4 & 11 \\ 1 & 10 & 2 & 12 \\ 2 & 25 & 4 & 18 \end{vmatrix} = 0$;

15. Вычислите:

а) $\begin{vmatrix} -1 & 4 \\ -5 & 2 \end{vmatrix}$;

г) $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 4 & 2 \\ 1 & -3 & 0 & 0 \end{vmatrix}$;

б) $\begin{vmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 2 & -2 & 1 \\ 4 & 5 & -1 \end{vmatrix}$;

д) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 6 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & -5 \end{vmatrix}$.

в) $\begin{vmatrix} 0 & 5 & -8 \\ 6 & -3 & 4 \\ -7 & -5 & 2 \end{vmatrix}$;

16. Решите уравнения:

а) $\begin{vmatrix} 2 & x-4 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 0;$

д) $\begin{vmatrix} x+1 & -5 \\ 1 & x-1 \end{vmatrix} = 0;$

б) $\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 3x & x+22 \end{vmatrix} = 0;$

е) $\begin{vmatrix} x^2-4 & -1 \\ x-2 & x+2 \end{vmatrix} = 0.$

в) $\begin{vmatrix} x & x+1 \\ -4 & x+1 \end{vmatrix} = 0;$

г) $\begin{vmatrix} 3x & -1 \\ x & 2x-3 \end{vmatrix} = \frac{3}{2};$

17. Решите неравенства:

а) $\begin{vmatrix} 3x-3 & 2 \\ x & 1 \end{vmatrix} > 0;$

в) $\begin{vmatrix} 2x-2 & 1 \\ 7x & 2 \end{vmatrix} > 0.$

б) $\begin{vmatrix} 1 & x+5 \\ 2 & x \end{vmatrix} < 0;$

18. Решите уравнения: а) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & x \\ 4 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 0;$ б) $\begin{vmatrix} 3 & x & -4 \\ 2 & -1 & 3 \\ x+10 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$

19. Решите неравенства: а) $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & x & -2 \\ -1 & 2 & -1 \end{vmatrix} < 1;$ б) $\begin{vmatrix} 2 & x+2 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & x \end{vmatrix} > 0.$

ОБРАТНАЯ МАТРИЦА. МАТРИЧНЫЕ УРАВНЕНИЯ

20. Найдите матрицу, обратную к А. Сделайте проверку.

а) $A = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 6 & 4 \end{pmatrix};$

д) $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ -3 & 5 & 6 \\ -2 & 2 & 10 \end{pmatrix};$

б) $\begin{pmatrix} 12 & 1 \\ -3 & 5 \end{pmatrix};$

е) $\begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ -3 & 2 & -3 \\ 1 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$

в) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & -1 \end{pmatrix};$

г) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 5 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix};$

21. Найдите матрицу X из уравнения:

а) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 9 & 12 \end{pmatrix};$

б) $X \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 12 \\ 18 & 36 \end{pmatrix};$

в) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix};$

г) $X \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}.$

22. Решите матричное уравнение:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 2 & -4 & 9 \\ 7 & 3 & -6 \\ 7 & 9 & -9 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 28 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix};$$

$$\text{б) } X \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 0 & 1 & -3 \\ 3 & -4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -11 \\ -15 & 22 & -16 \end{pmatrix};$$

$$\text{в) } AXB = C \text{ при } A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 9 & 11 \\ -14 & -20 \end{pmatrix};$$

$$\text{г) } AXB = C, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 12 \\ 3 & 4 & 10 \end{pmatrix}.$$

МОДЕЛЬ ЛЕОНТЬЕВА

23. Выясните, продуктивна ли матрица A :

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,5 \\ 0,7 & 0,8 \end{pmatrix};$$

$$\text{г) } A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,9 & 0,4 \\ 0,5 & 0,5 & 0,5 \\ 0,3 & 1,1 & 0,3 \end{pmatrix}.$$

$$\text{б) } A = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,2 \\ 0,2 & 0,8 \end{pmatrix};$$

$$\text{в) } A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,3 & 0 \\ 0,1 & 0 & 0,3 \\ 0,6 & 0,5 & 0,7 \end{pmatrix};$$

24. Дана матрица прямых затрат $A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,5 \\ 0,3 & 0,2 \end{pmatrix}$.

Найдите: а) вектор валовой продукции X для обеспечения выпуска конечной продукции $Y = \begin{pmatrix} 400 \\ 500 \end{pmatrix}$; б) приращение вектора ΔX для увеличения выпуска конечной продукции на $\Delta Y = \begin{pmatrix} 100 \\ 50 \end{pmatrix}$.

25. Работа системы, состоящей из двух отраслей, в течение некоторого периода характеризуется следующими данными (табл. 1):

Таблица 1

Отрасль	Потребление		Чистая продукция
	I	II	
I	100	160	240
II	275	40	85

Вычислите матрицу прямых затрат.

26. Имеются данные о работе системы нескольких отраслей в прошлом периоде и план выпуска конечной продукции Y_1 в будущем периоде (табл. 2):

Таблица 2

Отрасль	Потребление		Чистая продукция	План Y_1
	I	II		
I	80	120	300	350
II	70	30	200	300

Найдите матрицы прямых и полных затрат, а также выпуск валовой продукции в плановом периоде, обеспечивающей выпуск конечной продукции Y_1 .

27. Дана матрица S полных затрат некоторой модели межотраслевого баланса. Найдите: а) приращение валового выпуска ΔX_1 , обеспечивающее приращение конечной продукции ΔY_1 ; б) приращение конечной продукции ΔY_2 , соответствующее приращению валового выпуска ΔX_2 :

$$S = \begin{pmatrix} 1,5 & 0,2 & 0,1 \\ 0,5 & 1,5 & 0,3 \\ 0,2 & 0,1 & 1,1 \end{pmatrix}; \quad \Delta Y_1 = \begin{pmatrix} 10 \\ 30 \\ 20 \end{pmatrix};$$

$$\Delta X_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ -10 \\ 20 \end{pmatrix}.$$

МАТРИЧНЫЙ МЕТОД И ФОРМУЛЫ КРАМЕРА

Решите системы.

28. а) $\begin{cases} x - 2y = -7, \\ 3x + y = 5; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 1 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + 1 = 0; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 7x_1 - 2x_2 = 8, \\ 5x_1 + 3x_2 = 19. \end{cases}$

29. $\begin{cases} x - 2y + z = -7, \\ 3x + y - 3z = 5, \\ -x + 3y - z = 9. \end{cases}$

30. $\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 5, \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 1, \\ 4x_1 - 3x_2 + 7x_3 = 2. \end{cases}$

31. $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 4, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 5, \\ 3x_1 - 4x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$

32. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 = 5, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6. \end{cases}$

33. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = -2, \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 3, \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 13. \end{cases}$

РАНГ МАТРИЦЫ

34. Найдите ранг матрицы:

а) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & -5 \\ 14 & 28 & -42 & 70 \end{pmatrix};$

б) $\begin{pmatrix} 3 & 4 & -5 & 1 & 7 \\ 8 & 7 & -2 & -1 & 15 \\ 2 & -1 & 8 & -3 & 1 \end{pmatrix};$

в) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix};$

$$\text{г)} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 4 & 1 \\ 11 & 3 & 5 & 5 & 2 \\ 5 & 5 & 3 & 17 & 12 \\ 4 & 2 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix};$$

$$\text{д)} \begin{pmatrix} -5 & 1 & 5 & 2 & 1 \\ 6 & -2 & -10 & -4 & 1 \\ 7 & 1 & 5 & 2 & -8 \end{pmatrix};$$

$$\text{е)} \begin{pmatrix} 10 & 24 & 20 & -44 & -10 \\ 2 & 3 & 6 & 12 & 17 \\ 5 & 10 & -10 & 10 & 25 \end{pmatrix}.$$

35. Определите ранг матрицы $\begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$ в зависимости от числа a .

МЕТОД ГАУССА

Решите системы методом Гаусса.

$$36. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 5, \\ 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 12, \\ x_1 - x_2 - x_3 = -1. \end{cases}$$

$$37. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_1 + x_2 + 5x_3 = 4, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 7, \\ 5x_1 + 2x_2 - x_3 = 7. \end{cases}$$

$$38. \begin{cases} x_1 - x_3 + x_4 = 3, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = 2, \\ 5x_1 - 3x_4 = -6, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2. \end{cases}$$

$$39. \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + x_3 = 7, \\ x_1 - x_2 + x_3 = -2, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 11, \\ 4x_1 + x_2 - x_3 = 7. \end{cases}$$

$$40. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_4 - 2x_5 = 1, \\ 2x_1 + 3x_3 - x_4 + x_5 = 2, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = -1. \end{cases}$$

$$41. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - 5x_4 = 1, \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$$

МЕТОД ЖОРДАНА–ГАУССА. ОДНОРОДНЫЕ СИСТЕМЫ

Решите системы методом Жордана-Гаусса.

$$42. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_4 = 8, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 3, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 3, \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 3. \end{cases}$$

$$43. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 5, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 1, \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 0. \end{cases}$$

$$44. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_4 - 2x_5 = 1, \\ 2x_1 + 3x_3 - x_4 + x_5 = 2, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = -1. \end{cases}$$

$$45. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_4 = 2, \\ 3x_1 - x_3 + x_4 = -3, \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 = -6. \end{cases}$$

$$46. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 4, \\ x_2 - x_3 + x_4 = -3, \\ x_1 + 3x_2 - 3x_4 = 1, \\ -7x_2 + 3x_3 + x_4 = -3. \end{cases}$$

$$47. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 7, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = -2, \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 23, \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 12. \end{cases}$$

$$48. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_4 + 2x_5 = 1, \\ x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 - 3x_5 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 5x_4 + 2x_5 = 7, \\ 9x_1 - 9x_2 + 6x_3 - 16x_4 + 2x_5 = 25. \end{cases}$$

$$49. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 = 1, \\ 5x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 2. \end{cases}$$

$$50. \begin{cases} 8x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 21, \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 10, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 8, \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4 = 15, \\ 7x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 18. \end{cases}$$

$$51. \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 7x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 5x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

$$52. \begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

$$53. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ 5x_1 + 5x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

$$54. \begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ 7x_1 + 5x_2 - x_3 + 5x_4 = 0, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 0, \\ 5x_1 + 7x_2 + x_3 + 4x_4 = 0. \end{cases}$$

55. Фирмой было выделено 236 тыс. усл. ден. ед. для покупки 29 предметов для оборудования офиса: несколько компьютеров по цене 20 тыс. усл. ден. ед. за компьютер, офисных столов по 8,5 тыс. усл. ден. ед. за стол и стульев по 1,5 тыс. усл. ден. ед. за стул. Позже выяснилось, что в другом месте компьютеры можно приобрести по 19,5 тыс. усл. ден. ед., а столы – по 8 тыс. усл. ден. ед. Стулья продаются по той же цене. Благодаря обращению в это место, на ту же сумму было куплено на один стол больше. Выясните, какое количество единиц каждого вида оборудования было приобретено.

56. Швейная фабрика в течение трёх дней производила костюмы, плащи и куртки. Известны объёмы выпуска продукции за три дня и денежные затраты на производство за эти дни (табл. 3). Найдите себестоимость единицы продукции каждого вида.

Таблица 3

День	Объём выпуска продукции (единиц)			Затраты (тыс. усл. ден. ед.)
	Костюмы	Плащи	Куртки	
Первый	50	10	30	176
Второй	35	25	20	168
Третий	40	20	30	184

СОБСТВЕННЫЕ ВЕКТОРЫ И СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ МАТРИЦ

57. Найдите собственные числа и собственные векторы матриц:

а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$;

б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$;

$$в) \begin{pmatrix} 2 & 9 \\ 1 & 2 \end{pmatrix};$$

$$г) \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ -2 & -6 & 13 \\ -1 & -4 & 8 \end{pmatrix};$$

$$д) \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -7 & 8 \\ 6 & -7 & 7 \end{pmatrix};$$

$$е) \begin{pmatrix} 7 & -12 & 6 \\ 10 & -19 & 10 \\ 12 & -24 & 13 \end{pmatrix};$$

$$ж) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$з) \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 3 & -3 & -1 \\ 3 & -5 & 1 \end{pmatrix};$$

$$и) \begin{pmatrix} 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \\ 6 & -9 & 4 \end{pmatrix}.$$

КВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ

Напишите матрицу квадратичной формы.

$$58. -x_1^2 + 2x_2^2 - 3x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_2x_3.$$

$$59. 2x_1^2 - 5x_2^2 + 8x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3 + 2x_2x_3 + 4x_3x_2.$$

$$60. 2x_1x_2 + 4x_1x_3 - 6x_2x_3.$$

Определите, какие квадратичные формы являются положительно определенными, отрицательно определенными, неопределенными.

$$61. x_1^2 + 26x_2^2 + 10x_1x_2.$$

$$62. -x_1^2 - 4x_2^2 + 2x_1x_2.$$

$$63. x_1^2 - 15x_2^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3 + 6x_2x_3.$$

$$64. 12x_1x_2 - 12x_1x_3 + 6x_2x_3 - 11x_1^2 - 6x_2^2 - 6x_3^2.$$

$$65. 9x_1^2 + 6x_2^2 + 6x_3^2 + 12x_1x_2 - 10x_1x_3 - 2x_2x_3.$$

$$66. 2x_4^2 + x_1x_2 + x_1x_3 - 2x_2x_3 + 2x_2x_4.$$

$$67. x_1^2 + 4x_2^2 + 4x_3^2 + 8x_4^2 + x_2x_4.$$

Найдите все значения параметра λ , при которых положительно определены квадратичные формы.

$$68. 2x_1^2 + x_2^2 + \lambda x_3^2 + 2x_1x_2 - 2x_1x_3 - 2x_2x_3.$$

$$69. \lambda x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 4x_2x_3.$$

$$70. 2\lambda x_1^2 + x_2^2 + 2x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_2x_3.$$

$$71. 2x_1^2 + \lambda x_2^2 + 2x_3^2 + 2x_1x_2 + 6x_1x_3 + 4x_2x_3.$$

Найдите все значения параметра λ , при которых отрицательно определены квадратичные формы.

$$72. -x_1^2 + \lambda x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3.$$

73. $-2x_1^2 - 2x_2^2 + \lambda x_3^2 + 2x_1x_2 + 4x_1x_3 - 2x_2x_3$.
74. $2\lambda x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$.
75. $-x_1^2 - 2x_2^2 + 2\lambda x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 6x_2x_3$.

ВЕКТОРЫ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

76. Вектор $\vec{a}$ составляет с координатными осями Ox и Oy углы $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 120^\circ$. Вычислите его координаты при условии, что $|\vec{a}| = 2$.
77. Точка $A(3; -2; 1)$ является началом вектора $\overrightarrow{AB} = \{-2; 1; 7\}$. Найдите координаты точки B .
78. Найдите направляющие косинусы и орт вектора $\vec{a} = \{2; -1; 3\}$.
79. Даны: $|\vec{a}| = 13$, $|\vec{b}| = 19$ и $|\vec{a} + \vec{b}| = 24$. Вычислите $|\vec{a} - \vec{b}|$.
80. Даны: $|\vec{a}| = 11$, $|\vec{b}| = 23$ и $|\vec{a} - \vec{b}| = 30$. Определите $|\vec{a} + \vec{b}|$.
81. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\varphi = 120^\circ$, причём $|\vec{a}| = 3$ и $|\vec{b}| = 5$. Определите $|\vec{a} + \vec{b}|$ и $|\vec{a} - \vec{b}|$.
82. Проверьте коллинеарность векторов $\vec{a} = \{2; -1; 3\}$ и $\vec{b} = \{-6; 3; -9\}$. Установите, какой из них длиннее другого и во сколько раз, как они направлены – в одну или в противоположные стороны.
83. Определите, при каких значениях α , β , векторы $\vec{a} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \beta\vec{k}$ и $\vec{b} = \alpha\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}$ коллинеарны.
84. Дано разложение вектора $\vec{c}$ по базису $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$: $\vec{c} = 16\vec{i} - 15\vec{j} + 12\vec{k}$. Определить разложение по этому же базису вектора $\vec{d}$, параллельного вектору $\vec{c}$ и противоположного с ним направления, при условии, что $|\vec{d}| = 75$.
85. Два вектора $\vec{a} = \{2; -3; 6\}$ и $\vec{b} = \{-1; 2; -2\}$ приложены к одной точке. Определите координаты вектора $\vec{c}$, направленного по биссектрисе угла между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, при условии, что $|\vec{c}| = 3\sqrt{42}$.
86. На плоскости даны три вектора $\vec{a} = \{3; -2\}$, $\vec{b} = \{-2; 1\}$ и $\vec{c} = \{7; -4\}$. Определите разложение каждого из этих трёх векторов, принимая в качестве базиса два других.
87. Даны три вектора $\vec{p} = \{3; -2; 1\}$, $\vec{q} = \{-1; 1; -2\}$, $\vec{r} = \{2; 1; -3\}$. Найдите разложение вектора $\vec{c} = \{1; -6; 5\}$ по базису $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$.

СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ

88. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол 120° ; зная, что $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=4$, вычислите:
1) $\vec{a}\vec{b}$; 2) $\vec{a}^2$; 3) $\vec{b}^2$; 4) $(\vec{a} + \vec{b})^2$; 5) $(3\vec{a} - 2\vec{b})(\vec{a} + 2\vec{b})$; 6) $(\vec{a} - \vec{b})^2$; 7) $(3\vec{a} + 2\vec{b})^2$.
89. Даны векторы $\vec{a} = \{4; -2; -4\}$, $\vec{b} = \{6; -3; 2\}$. Вычислите: 1) $\vec{a}\vec{b}$; 2) $\sqrt{\vec{a}^2}$; 3) $\sqrt{\vec{b}^2}$; 4) $(2\vec{a} - \vec{b})(\vec{a} + 2\vec{b})$; 5) $(\vec{a} + \vec{b})^2$; 6) $(\vec{a} - \vec{b})^2$; 7) косинус угла между векторами.
90. Даны вершины треугольника: $A(-1; -2; 4)$, $B(-4; -2; 0)$ и $C(3; -2; 1)$. Определите его внутренний угол при вершине B .
91. Вектор $\vec{x}$, коллинеарный вектору $\vec{a} = \{6; -8; -7,5\}$, образует острый угол с осью Oz . Зная, что $|\vec{x}|=50$, найдите его координаты.
92. Найдите вектор $\vec{x}$, коллинеарный вектору $\vec{a} = \{2; 1; -1\}$ и такой, что $\vec{x}\vec{a} = 3$.
93. Вектор $\vec{x}$, перпендикулярный к векторам $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$ и $\vec{b} = 18\vec{i} - 22\vec{j} - 5\vec{k}$, образует с осью Oy тупой угол. Найдите его координаты, если $|\vec{x}|=14$.
94. Найдите вектор $\vec{x}$, зная, что он перпендикулярен к векторам $\vec{a} = \{2; 3; -1\}$ и $\vec{b} = \{1; -2; 3\}$, и удовлетворяет условию $\vec{x}(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}) = -6$.
95. Даны два вектора: $\vec{a} = \{3; -1; 5\}$ и $\vec{b} = \{1; 2; -3\}$. Найдите вектор $\vec{x}$ при условии, что он перпендикулярен к оси Oz и удовлетворяет условиям: $\vec{x}\vec{a} = 9$, $\vec{x}\vec{b} = -4$.
96. Дано: $\vec{a} = \{1; -3; 4\}$, $\vec{b} = \{3; -4; 2\}$ и $\vec{c} = \{-1; 1; 4\}$. Вычислите $pr_{\vec{c}}(\vec{a} + \vec{b})$.
97. Дано: $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + 5\vec{j}$ и $\vec{c} = 4\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$. Найдите $pr_{\vec{c}}(3\vec{a} - 2\vec{b})$.
98. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\pi/6$, $|\vec{a}|=6$, $|\vec{b}|=5$. Вычислите $|2\vec{a} + 3\vec{b}|$.

ПРЯМАЯ НА ПЛОСКОСТИ

99. Дано общее уравнение прямой $12x - 5y - 65 = 0$. Напишите уравнение с угловым коэффициентом.
100. Какой угол образует с положительным направлением оси абсцисс прямая $5x + 5y - 7 = 0$?
101. Покажите, что прямые $2x - 7y + 5 = 0$ и $21x + 6y - 2 = 0$ перпендикулярны.
102. Установите, какие из следующих пар прямых перпендикулярны:
1) $3x - y + 5 = 0$, $x + 3y - 1 = 0$;

- 2) $3x - 4y + 1 = 0$, $4x - 3y + 7 = 0$;
 3) $6x - 15y + 7 = 0$, $10x + 4y - 3 = 0$;
 4) $9x - 12y + 5 = 0$, $8x + 6y - 13 = 0$;
 5) $7x - 2y + 1 = 0$, $4x + 6y + 17 = 0$;
 6) $5x - 7y + 3 = 0$, $3x + 2y - 5 = 0$.

103. Покажите, что прямые $2x - 3y + 5 = 0$ и $14x - 21y - 13 = 0$ параллельны и найдите расстояние между ними.

104. Покажите, что прямые $15x + 36y - 105 = 0$ и $5x + 12y + 30 = 0$ параллельны, и найдите расстояние между ними.

105. Определите острый угол между прямыми:

- а) $y = 2x - 3$, $y = \frac{1}{2}x + 1$;
 б) $5x - y + 7 = 0$, $2x - 3y + 1 = 0$;
 в) $2x + y = 0$, $y = 3x - 4$;
 г) $3x + 2y = 0$, $6x + 4y + 9 = 0$.

106. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $A(3; -2)$ под углом 45° к прямой $2x + y - 1 = 0$.

107. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $B(\sqrt{3}; 1)$ под углом 60° к прямой $x + \sqrt{3}y + 1 = 0$.

108. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $A(3; -2)$ параллельно прямой $8x + 3y + 1 = 0$.

109. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $A(3; -2)$ перпендикулярно прямой $2x + y - 1 = 0$.

110. Составьте уравнение прямой, проходящей через точки $A(3; -2)$ и $B(5; -2)$.

111. Найдите точку пересечения прямых $x + 2y - 3 = 0$ и $4x - 2y + 15 = 0$.

112. Найдите проекцию точки $P(-6; 4)$ на прямую $4x - 5y + 3 = 0$.

113. Найдите точку Q , симметричную точке $P(-5; 13)$ относительно прямой $2x - 3y - 3 = 0$.

114. Найдите проекцию точки $P(-8; 12)$ на прямую, проходящую через точки $A(2; -3)$ и $B(-5; 1)$.

- 115.** Составьте уравнения высоты AH треугольника с вершинами в точках $A(3;2)$, $B(5;-2)$ и $C(1;0)$.
- 116.** Составьте уравнения сторон и медиан треугольника с вершинами в точках $A(3;2)$, $B(5;-2)$ и $C(1;0)$.
- 117.** Даны уравнения двух сторон прямоугольника $x - 2y = 0$, $x - 2y + 15 = 0$ и уравнение его диагонали $7x + y - 15 = 0$. Найдите вершины прямоугольника.
- 118.** Даны середины сторон треугольника $M_1(2;1)$, $M_2(5;3)$ и $M_3(3;-4)$. Составьте уравнение его сторон.
- 119.** Составьте уравнения прямых, проходящих через вершины треугольника с вершинами в точках $A(5;-4)$, $B(-1;3)$ и $C(-3;-2)$ параллельно противоположным сторонам.
- 120.** Даны вершины треугольника: $A(2;3)$, $B(-1;7)$, $C(3;9)$. Найдите точку пересечения медианы AM и высоты BD .
- 121.** Даны уравнения двух сторон прямоугольника $x - 2y = 0$, $x - 2y + 15 = 0$ и уравнение его диагонали $7x + y - 15 = 0$. Найдите вершины прямоугольника.
- 122.** Постройте в системе координат XOY прямые, заданные уравнениями:
- а) $x - 2y = 0$;
 - б) $3x - 2y - 8 = 0$;
 - в) $x - 2 = 0$;
 - г) $3y + 4 = 0$.
- 123.** Точка $A(-4;5)$ – вершина квадрата, диагональ которого лежит на прямой $7x - y + 8 = 0$. Составьте уравнения сторон и второй диагонали квадрата.
- 124.** Даны две противоположные вершины квадрата $A(-1;3)$ и $C(6;2)$. Составьте уравнения его сторон.
- 125.** Издержки производства 100 шт. некоторого товара составляют 300 руб., а 500 шт. – 600 руб. Определите издержки производства 400 шт. товара при условии, что функция издержек линейна.
- 126.** Прибыль от продажи 50 шт. некоторого товара составляет 50 руб., 100 шт. – 200 руб. Определите прибыль от продажи 500 шт. товара при условии, что функция прибыли линейна.
- 127.** Издержки перевозки двумя средствами транспорта выражаются функциями $y = 150 + 50x$ и $y = 250 + 25x$, где x – расстояние перевозки в сотнях кило-

метров, а y – транспортные расходы в денежных единицах. Определите, начиная с какого расстояния, более экономичным становится второе средство.

128. Прибыль от продажи некоторого товара в двух магазинах выражается функциями $y = -2 + 3x$ и $y = -3 + \frac{16}{5}x$, где x – количество товара в сотнях штук, а y – прибыль в тысячах рублей. Определите, начиная с какого количества, товара более выгодной становится продажа во втором магазине.

ПОЛЯРНАЯ СИСТЕМА КООРДИНАТ

129. Постройте точки, заданные полярными координатами: $A\left(3; \frac{\pi}{2}\right)$, $B(2; \pi)$, $C\left(3; -\frac{\pi}{4}\right)$.

130. Определите полярные координаты точек, симметричных относительно полярной оси точкам $M_1\left(3; \frac{\pi}{4}\right)$, $M_2\left(2; -\frac{\pi}{2}\right)$, заданным в полярной системе координат.

131. Определите полярные координаты точек, симметричных относительно полюса точкам $M_1\left(1; \frac{\pi}{4}\right)$, $M_2\left(5; \frac{\pi}{2}\right)$, $M_3\left(2; -\frac{\pi}{3}\right)$, $M_4\left(4; \frac{5\pi}{6}\right)$, заданными в полярной системе координат.

132. В полярной системе координат даны точки $M_1\left(5; \frac{\pi}{4}\right)$, $M_2\left(8; -\frac{\pi}{2}\right)$. Вычислите расстояние d между ними.

133. Полюс полярной системы координат совпадает с началом декартовых прямоугольных координат, а полярная ось совпадает с положительной полуосью абсцисс. В полярной системе координат даны точки $M_1\left(6; \frac{\pi}{2}\right)$, $M_2(5; 0)$, $M_3\left(2; \frac{\pi}{4}\right)$, $M_4\left(10; -\frac{\pi}{3}\right)$, $M_5\left(8; \frac{2\pi}{3}\right)$, $M_6\left(12; -\frac{\pi}{6}\right)$. Определите декартовы координаты этих точек.

134. Полюс полярной системы координат совпадает с началом декартовых прямоугольных координат, а полярная ось совпадает с положительной полуосью абсцисс. В декартовой прямоугольной системе координат даны точки $M_1(0; 5)$,

$M_2(-3;0)$, $M_3(\sqrt{3};1)$, $M_4(-\sqrt{2};-\sqrt{2})$, $M_5(1;-\sqrt{3})$. Определите полярные координаты этих точек.

КРИВЫЕ ВТОРОГО ПОРЯДКА

135. Составьте уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси абсцисс, симметрично относительно начала координат, зная, кроме того, что:

- 1) его полуоси равны 5 и 2;
- 2) его большая ось равна 10, а расстояние между фокусами $2c = 8$;
- 3) его малая ось равна 24, а расстояние между фокусами $2c = 10$;
- 4) расстояние между его фокусами $2c = 6$ и эксцентриситет $\varepsilon = 0,6$.

136. Составьте уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси ординат, симметрично относительно начала координат, зная, кроме того, что:

- 1) его полуоси равны соответственно 7 и 2;
- 2) его большая ось равна 10, а расстояние между фокусами $2c = 8$;
- 3) расстояние между его фокусами $2c = 24$ и эксцентриситет $\varepsilon = 12/13$;
- 4) его малая ось равна 16, а эксцентриситет $\varepsilon = 0,6$.

137. Дан эллипс $9x^2 + 25y^2 = 225$.

Найдите: 1) его полуоси; 2) фокусы; 3) эксцентриситет; 4) уравнения директрис.

138. Установите, что каждое из следующих уравнений определяет эллипс, и найдите координаты его центра C , полуоси, эксцентриситет и уравнения директрис:

- 1) $5x^2 + 9y^2 - 30x + 18y + 9 = 0$;
- 2) $16x^2 + 25y^2 + 32x - 100y - 284 = 0$;
- 3) $4x^2 + 3y^2 - 8x + 12y - 32 = 0$.

139. Установите, какие линии определяются следующими уравнениями:

- 1) $y = -7 + \frac{2}{5}\sqrt{16 + 6x - x^2}$;
- 2) $y = 1 - \frac{4}{3}\sqrt{-6x - x^2}$;
- 3) $x = -2\sqrt{-5 - 6y - y^2}$;
- 4) $x = -5 + \frac{2}{3}\sqrt{8 + 2y - y^2}$.

Изобразите эти линии на чертеже.

140. Составьте уравнение эллипса, если известны его эксцентриситет $\varepsilon = \frac{2}{3}$, фокус $F(2;1)$ и уравнение соответствующей директрисы $x - 5 = 0$.

141. Составьте уравнение эллипса, если известны его эксцентриситет $\varepsilon = 0,5$, фокус $F(-4;1)$ и уравнение соответствующей директрисы $y + 3 = 0$.

142. Составьте уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси абсцисс, симметрично относительно начала координат, зная, кроме того, что:

- 1) её оси $2a = 10$ и $2b = 8$;
- 2) расстояние между фокусами $2c = 10$ и ось $2b = 8$;
- 3) расстояние между фокусами $2c = 6$ и эксцентриситет $\varepsilon = 1,5$;
- 4) ось $2a = 16$ и эксцентриситет $\varepsilon = 1,25$.

143. Составьте уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси ординат, симметрично относительно начала координат, зная, кроме того, что:

1) её полуоси $a = 6$, $b = 18$ (буквой a обозначена полуось гиперболы, расположенная на оси абсцисс);

2) расстояние между фокусами $2c = 10$ и эксцентриситет $\varepsilon = \frac{5}{3}$;

3) уравнения асимптот $y = \pm \frac{12}{5}x$ и расстояние между вершинами равно 48;

4) расстояние между директрисами равно $50/7$ и эксцентриситет $\varepsilon = 7/5$.

144. Дана гипербола $16x^2 - 9y^2 = 144$. Найдите: 1) полуоси a и b ; 2) фокусы; 3) эксцентриситет; 4) уравнения асимптот; 5) уравнения директрис.

145. Дана гипербола $16x^2 - 9y^2 = -144$. Найдите: 1) полуоси a и b ; 2) фокусы; 3) эксцентриситет; 4) уравнения асимптот; 5) уравнения директрис.

146. Установите, что каждое из следующих уравнений определяет гиперболу, и найдите координаты её центра C , полуоси, эксцентриситет, уравнения асимптот и директрис:

1) $16x^2 - 9y^2 - 64x - 54y - 161 = 0$;

2) $9x^2 - 16y^2 + 90x + 32y - 367 = 0$;

3) $16x^2 - 9y^2 - 64x - 18y + 199 = 0$.

147. Изобразите на чертеже линии заданные следующими уравнениями:

1) $y = -1 + \frac{2}{3}\sqrt{x^2 - 4x - 5}$;

2) $y = 7 - \frac{3}{2}\sqrt{x^2 - 6x + 13}$;

3) $x = 9 - 2\sqrt{y^2 + 4y + 8}$;

4) $x = 5 - \frac{3}{4}\sqrt{y^2 + 4y - 12}$.

148. Составьте уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, зная, что:

1) парабола расположена в правой полуплоскости, симметрично относительно оси Ox , и её параметр $p = 3$;

2) парабола расположена в левой полуплоскости, симметрично относительно оси Ox , и её параметр $p = 0,5$;

3) парабола расположена в верхней полуплоскости, симметрично относительно оси Oy , и её параметр $p = 0,25$;

4) парабола расположена в нижней полуплоскости, симметрично относительно оси Oy , и её параметр $p = 3$.

149. Определите величину параметра и расположение относительно координатных осей следующих парабол:

1) $y^2 = 6x$; 2) $x^2 = 5y$; 3) $y^2 = -4x$; 4) $x^2 = -y$.

150. Составьте уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, зная, что:

1) парабола симметрично расположена относительно оси Ox и проходит через точку $A(9; 6)$;

2) парабола симметрично расположена относительно оси Ox и проходит через точку $B(-1; 3)$;

3) парабола симметрично расположена относительно оси Oy и проходит через точку $C(1; 1)$;

4) парабола симметрично расположена относительно оси Oy и проходит через точку $D(4; -8)$.

151. Найдите уравнение параболы с фокусом $F(-7; 0)$ и директрисой $x = 7$.

152. Установите, что каждое из следующих уравнений определяет параболу, и найдите координаты её вершины A , величину параметра p и уравнение директрисы:

1) $y^2 = 4x - 8$; 2) $y^2 = 4 - 6x$; 3) $x^2 = 6y + 2$; 4) $x^2 = 2 - y$.

153. Установите, что каждое из следующих уравнений определяет параболу, и найдите координаты её вершины A и величину параметра p :

1) $y = \frac{1}{4}x^2 + x + 2$; 2) $y = 4x^2 - 8x + 7$; 3) $y = -\frac{1}{6}x^2 + 2x - 7$.

154. Для каждой из следующих парабол найдите координаты вершины A и величину параметра p :

1) $x = 2y^2 - 12y + 14$; 2) $x = -0,25y^2 + y$; 3) $x = -y^2 + 2y - 1$.

155. Составьте уравнение параболы, если даны её фокус $F(7; 2)$ и директриса $x - 5 = 0$.

156. Составьте уравнение параболы с фокусом $F(4; 3)$, директрисой $y = -1$.

157. Выведите уравнение геометрического места точек, сумма расстояний которых до двух данных точек $F_1(-3; 0)$ и $F_2(3; 0)$ равна 10.

158. Выведите уравнение геометрического места точек, разность расстояний которых до двух данных точек $F_1(-5;0)$ и $F_2(5;0)$ равна 6.

159. Выведите уравнение геометрического места точек, для которых расстояние до данной точки $F(3;0)$ равно расстоянию до данной прямой $x+3=0$.

ПЛОСКОСТЬ И ПРЯМАЯ В ПРОСТРАНСТВЕ

160. Составьте уравнение плоскости, которая проходит через точку $M(2;1;-1)$ и имеет нормальный вектор $\vec{n} = \{1; -2; 3\}$.

161. Найдите угол между плоскостями: $2x - 3z + 5 = 0$ и $x + 6y - 3z - 1 = 0$.

162. Составьте уравнение плоскости, которая проходит через точку $M(3; -2; -7)$ параллельно плоскости $2x - 3z + 5 = 0$.

163. Составьте канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M_1(2;0;-3)$ параллельно:

1) вектору $\vec{a} = \{2; -3; 5\}$;

3) оси Ox ;

2) прямой $\frac{x-1}{5} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{-1}$;

4) оси Oy ;

5) оси Oz .

164. Найдите угол между прямыми: $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{\sqrt{2}}$ и $\frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{\sqrt{2}}$.

165. Составьте уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(2; 4; -6)$ перпендикулярно плоскости $6x - 3y - 5z + 2 = 0$.

166. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(1; -1; -1)$ перпендикулярно прямой $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+2}{4}$.

167. Найдите точку пересечения прямой и плоскости:

1) $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{6}$, $2x + 3y + z - 1 = 0$;

2) $\frac{x+3}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{-5}$, $x - 2y + z - 15 = 0$;

3) $\frac{x+2}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{2}$, $x + 2y - 2z + 6 = 0$.

168. Найдите проекцию точки $P(2; -1; 3)$ на прямую $\begin{cases} x = 3t, \\ y = 5t - 7, \\ z = 2t + 2. \end{cases}$

169. Найдите точку Q , симметричную точке $P(2; -5; 7)$ относительно прямой, проходящей через точки $M_1(5; 4; 6)$ и $M_2(-2; -17; -8)$.

170. Найдите проекцию точки $P(5; 2; -1)$ на плоскость $2x - y + 3z + 23 = 0$.

171. Найдите точку Q , симметричную точке $P(1; 3; -4)$ относительно плоскости $3x + y - 2z = 0$.

ПОВЕРХНОСТИ ВТОРОГО ПОРЯДКА

172. Даны точки $M_1(2; -3; 6)$, $M_2(0; 7; 0)$, $M_3(3; 2; -4)$, $M_4(2\sqrt{2}; 4; -5)$, $M_5(1; -4; -5)$, $M_6(2; 6; -\sqrt{5})$. Установите, какие из них лежат на поверхности, определенной уравнением $x^2 + y^2 + z^2 = 49$, и какие не лежат на ней. Какая поверхность определена данным уравнением?

173. На поверхности $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ найдите точку, для которой:

- 1) абсцисса равна 1, ордината равна 2;
- 2) абсцисса равна 2, ордината равна 5,
- 3) абсцисса равна 2, аппликата равна 2;
- 4) ордината равна 2, аппликата равна 4.

174. Установите, какие геометрические образы определяются следующими уравнениями в декартовых прямоугольных координатах пространства:

- | | |
|--|--|
| 1) $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-5)^2 = 49$; | 12) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - z^2 = -1$; |
| 2) $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 0$; | 13) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = z$; |
| 3) $x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 5 = 0$; | 14) $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{4} = z$; |
| 4) $xz = 0$; | 15) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$; |
| 5) $yz = 0$; | 16) $\frac{x^2}{25} - y^2 = 1$; |
| 6) $xyz = 0$; | 17) $x^2 = 4z$; |
| 7) $xy - y^2 = 0$; | 18) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{25} = 0$. |
| 8) $yz + z^2 = 0$; | |
| 9) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{1} = 1$; | |
| 10) $\frac{(x+1)^2}{25} + \frac{(y-4)^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1$; | |
| 11) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - z^2 = 1$; | |

175. Установите, что плоскость $x - 2 = 0$ пересекает эллипсоид $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} + \frac{z^2}{4} = 1$ по эллипсу; найдите его полуоси и вершины.

176. Установите, что плоскость $z + 1 = 0$ пересекает однополостный гиперболоид $\frac{x^2}{32} - \frac{y^2}{18} + \frac{z^2}{42} = 1$ по гиперболе; найдите ее полуоси и вершины.

177. Установите, что плоскость $y + 6 = 0$ пересекает гиперболический параболоид $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 6z$ по параболе; найдите ее параметр и вершину.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Составьте математическую модель задачи.

178. При откорме каждое животное должно получить не менее 9 ед. белков, 8 ед. углеводов и 11 ед. протеина. Для составления рациона используют два вида корма, представленных в табл. 4.

Таблица 4

Питательные вещества	Количество единиц питательных веществ на 1 кг	
	корма 1	корма 2
белки	3	1
углеводы	1	2
протеин	1	6

Стоимость 1 кг корма первого вида – 4 д.е., второго – 6 д.е. Составьте дневной рацион питания, имеющий минимальную стоимость.

179. Для сохранения нормальной жизнедеятельности человек должен в сутки потреблять белков не менее 120 условных единиц (усл. ед.), жиров – не менее 70 и витаминов – не менее 10 усл. ед. Содержание их в каждой единице продуктов P_1 и P_2 равно соответственно (0,2; 0,075; 0) и (0,1; 0,1; 0,1) усл. ед. Стоимость 1 ед. продукта P_1 – 2 руб., P_2 – 3 руб. Как организовать питание, чтобы его стоимость была минимальной, а организм получил необходимое количество питательных веществ?

180. Хозяйство располагает следующими ресурсами: площадь – 100 ед., труд – 120 ед., тяга – 80 ед. Хозяйство производит четыре вида продукции: P_1 , P_2 , P_3 и P_4 . Организация производства характеризуется табл. 5:

Таблица 5

Продукция	Затраты на 1 ед. продукции			Доход от единицы продукции
	площадь	труд	тяга	
P_1	2	2	2	1
P_2	3	1	3	4
P_3	4	2	1	3
P_4	5	4	1	5

Составьте план выпуска продукции, обеспечивающий максимальную прибыль.

181. В школе проводится конкурс на лучшую стенгазету. Одному школьнику дано поручение купить акварельной краски по цене 30 д.е. за коробку, цветные карандаши по цене 20 д.е. за коробку, линейки по цене 12 д.е., блокноты по цене 10 д.е. Красок нужно купить не менее трех коробок, блокнотов – столько, сколько коробок карандашей и красок вместе, линеек не более пяти. На покупки выделяется не менее 300 д.е.

В каком количестве школьник должен купить указанные предметы, чтобы общее число предметов было наименьшим?

182. Из пункта А в пункт В ежедневно отправляются пассажирские и скорые поезда. Данные об организации перевозок следующие (табл. 6):

Таблица 6

Поезда	Количество вагонов в поезде				
	багажный	почтовый	плацкарт	купе	СВ
скорый	1	1	5	6	3
пассажирский	1	–	8	4	1
число пассажиров	–	–	58	40	32
парк вагонов	12	8	81	70	26

Сколько должно быть сформировано скорых и пассажирских поездов, чтобы перевезти наибольшее количество пассажиров?

183. Для изготовления изделия требуется пять планок – две длиной по 3 м и три по 2 м. Для этой цели можно использовать имеющийся запас реек – 100 штук, длиной по 9 м каждая. Определите, как разрезать все эти рейки, чтобы получить наибольшее количество изделий.

184. На заводе выпускают изделия четырех типов. От реализации 1 ед. каждого изделия завод получает прибыль соответственно 2, 1, 3, 5 д.е. На изготовление изделий расходуются ресурсы трех видов: энергия, материалы, труд. Данные о технологическом процессе приведены в табл. 7:

Таблица 7

Ресурсы	Затраты ресурсов на единицу изделия				Запасы ресурсов, ед.
	I	II	III	IV	
энергия	2	3	1	2	30
материалы	4	2	1	2	40
труд	1	2	3	1	25

Спланируйте производство так, чтобы прибыль от реализации была наибольшей.

185. Имеются три специализированные мастерские по ремонту двигателей. Их производственные мощности равны соответственно 100, 700, 980 ремонтов в год. В пяти районах, обслуживаемых этими мастерскими, потребность в ремонте равна соответственно 90, 180, 150, 120, 80 двигателей в год. Затраты на перевозку одного двигателя из районов к мастерским следующие (табл. 8):

Таблица 8

Районы	Мастерские		
	1	2	3
1	4,5	3,7	8,3
2	2,1	4,3	2,4
3	7,5	7,1	4,2
4	5,3	1,2	6,2
5	4,1	6,7	3,1

Спланируйте количество ремонтов каждой мастерской для каждого из районов, минимизирующее суммарные транспортные расходы.

186. Имеются две почвенно-климатические зоны, площади которых соответственно равны 0,8 и 0,6 млн. га. Данные об урожайности зерновых культур приведены в табл. 9:

Таблица 9

Зерновые культуры	Урожайность (ц/га)		Стоимость 1 ц, д.е.
	1-я зона	2-я зона	
Озимые	20	25	8
Яровые	25	20	7

Определите размеры посевных площадей озимых и яровых культур, необходимые для достижения максимального выхода продукции в стоимостном выражении.

ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ

Решите задачу графическим методом.

187. $\min_{\max} z = x_1 - 2x_2,$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ x_1 - x_2 \geq 2, \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 6, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

188. $\min_{\max} z = 2x_1 + x_2,$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 12, \\ 2x_1 - x_2 \geq 0, \\ 2x_1 + x_2 \geq 4, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

189. $\min_{\max} z = 3x_1 + 5x_2,$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 0, \\ 3x_1 + x_2 \geq 3, \\ 5x_1 + 4x_2 \geq 20, \\ x_1 - x_2 \leq 0. \end{cases}$$

190. $\min_{\max} z = x_1 + 4x_2,$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 5, \\ -x_1 + 2x_2 \geq 2, \\ 3x_1 + 4x_2 \geq 12, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

191. $\min_{\max} z = x_1 + 2x_2,$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 12, \\ 3x_1 + 5x_2 \geq 15, \\ x_1 - x_2 \leq 1, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

192. $\min_{\max} z = 5x_1 + x_3 + 2x_4 - x_5,$

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 13, \\ 3x_1 + x_2 + x_4 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_5 = 6, \\ x_k \geq 0, k = 1, 2, 3, 4, 5. \end{cases}$$

ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА

Решите транспортную задачу (табл. 10–13).

193.

Таблица 10

2	5	8	1	9
8	3	9	2	16
7	4	6	3	5
11	7	8	4	

195.

Таблица 12

1	5	3	1	10
2	4	2	3	20
3	10	15	9	10
5	6	11	7	40
10	20	20	40	

194.

Таблица 11

3	4	3	1	300
2	3	5	6	200
1	2	3	3	100
4	5	7	9	200
300	200	300	100	

196.

Таблица 13

4	3	1	30
3	7	4	20
3	8	9	40
5	1	51	10
50	10	20	

КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА

197. Выполните действия.

1) $(2+i)(2-3i);$

2) $3i - (3-2i)(4+i);$

3) $\frac{5+i}{1+3i};$

4) $\frac{2+3i}{4-i};$

5) $(2-5i)^2;$

6) $(1+2i)^3;$

7) $\frac{3}{1+i} + \frac{1-5i}{1+2i}(2-i);$

8) $\frac{3i+1}{1+2i}(1+i) + \frac{3+4i}{6-2i};$

9) $2+i^2-i^4-i^7;$

10) $3i^3-5i^5-7i^7.$

198. Для данных комплексных чисел найдите: а) действительную часть $\operatorname{Re} z$; б) мнимую часть $\operatorname{Im} z$; в) модуль $|z|$; г) аргумент $\arg z$. Изобразите эти числа на плоскости.

1) $2+5i;$

3) $\sqrt{3}-i;$

5) $-2+2i.$

2) $1+i;$

4) $-2-2i\sqrt{3};$

199. В комплексной плоскости начертите линии, заданные уравнениями.

- | | |
|--|-------------------------------|
| 1) $\operatorname{Im} z = 3$; | 5) $\arg z = \frac{\pi}{3}$; |
| 2) $3\operatorname{Im} z + 2\operatorname{Re} z = 6$; | 6) $ z + 1 - 3i = 4$. |
| 3) $ z = 2$; | |
| 4) $ z + 2i = 1$; | |

200. В комплексной плоскости постройте области, заданные условиями.

- | | |
|---|--|
| 1) $\operatorname{Im} z \geq 4$; | 5) $0 \leq \arg z \leq \frac{2\pi}{3}$; |
| 2) $3\operatorname{Im} z - \operatorname{Re} z < 6$; | 6) $ z - 1 + 2i \leq 9$. |
| 3) $ z \geq 2$; | |
| 4) $ z - 3i \leq 1$; | |

201. Представьте число в тригонометрической и показательной формах.

- | | | |
|-----------------------|---|---|
| 1) $-1 + i\sqrt{3}$; | 7) $\frac{3}{\sqrt{2}} + i\frac{3}{\sqrt{2}}$; | 12) $-3 + 3i$; |
| 2) $-3 - 4i$; | 8) $-2 - 2i\sqrt{3}$; | 13) $5 - 5i$; |
| 3) 2 ; | 9) $2 - i$; | 14) $\cos \frac{2\pi}{3} - i \sin \frac{2\pi}{3}$. |
| 4) -5 ; | 10) $-1 - i$; | |
| 5) $-2i$; | 11) $1 + i$; | |
| 6) $4i$; | | |

202. Вычислите, используя тригонометрическую форму записи.

- | | |
|---|--|
| 1) $(-1 + i\sqrt{3})^5$; | 5) $\frac{(1 - i\sqrt{3})^9}{(\sqrt{3} - i)^6}$; |
| 2) $(-1 + i\sqrt{3})(2 + 2i)^6$; | 6) $\left(2\left(\cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5}\right)\right)^{10}$. |
| 3) $\frac{(1 + i)^4}{1 - i}$; | |
| 4) $\left(\frac{1 + i\sqrt{3}}{1 + i}\right)^7$; | |

Найдите все значения корней.

- | | | |
|------------------------------|---|---|
| 203. $\sqrt[4]{4i}$. | 206. $\sqrt[3]{2 - 2i}$. | 209. $\sqrt[5]{1 + i}$. |
| 204. $\sqrt[3]{i}$. | 207. $\sqrt[4]{-8 + 8i\sqrt{3}}$. | 210. $\sqrt[6]{-2 - 2i\sqrt{3}}$. |
| 205. $\sqrt[3]{8}$. | 208. $\sqrt[4]{-4}$. | |

Решите уравнения.

- | | |
|-------------------------------------|---------------------------------------|
| 211. $z^2 + 1 = 0$. | 216. $z^4 - 30z^2 + 289 = 0$. |
| 212. $z^2 + 4 = 0$. | 217. $z^3 = 1 - i$. |
| 213. $z^2 - 2z + 10 = 0$. | 218. $z^4 = -i$. |
| 214. $z^2 - 6z + 18 = 0$. | 219. $z^2 - 4z + 5 = 0$. |
| 215. $z^4 - 6z^2 + 25 = 0$. | 220. $z^3 = 4 + 4i$. |

ОТВЕТЫ

1. а) $\begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 1 & 5 \\ 5 & -7 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 8 & 8 \\ -10 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$. 2. а) $a=3, b=-2, c=2$; б) $a=2, b=0, c=2$.

3. а) $\begin{pmatrix} 9 & 3 & 10 & -4 \\ 17 & 9 & 18 & -4 \end{pmatrix}$; б) 32; в) $\begin{pmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 5 & 10 & 15 \\ 6 & 12 & 18 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} 14 & 2 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}$; д) $\begin{pmatrix} 14 & 25 & 3 \\ 2 & 3 & -7 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$;

е) $\begin{pmatrix} -56 & 45 & 1 \\ -11 & 7 & -3 \end{pmatrix}$; ж) $\begin{pmatrix} -5 & -14 \\ 21 & 30 \end{pmatrix}$; з) $\begin{pmatrix} -47 & -74 \\ 111 & 138 \end{pmatrix}$; и) $\begin{pmatrix} 2 \\ -10 \\ -22 \\ -34 \end{pmatrix}$; к) $\begin{pmatrix} 15 & 12 & -24 & 0 \\ -5 & -4 & 8 & 0 \\ 10 & 8 & -16 & 0 \\ 45 & 36 & -72 & 0 \end{pmatrix}$;

л) (-5). 4. $\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}$. 5. $\begin{pmatrix} 3 & -9 \\ 13 & -6 \end{pmatrix}$. 6. $\begin{pmatrix} 49 & 31 & 10 \\ 11 & 3 & 14 \\ 79 & 25 & 17 \end{pmatrix}$. 7. $\begin{pmatrix} 4 & 2 & 4 \\ 5 & 2 & 9 \\ 11 & 1 & 11 \end{pmatrix}$. 8. а) $\begin{pmatrix} 15 & 4 \\ 4 & 43 \end{pmatrix}$,

$\begin{pmatrix} 17 & -2 & 21 & -1 \\ -2 & 5 & -3 & 7 \\ 21 & -3 & 26 & -2 \\ -1 & 7 & -2 & 10 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 5 & -6 & -4 \\ -6 & 12 & 0 \\ -4 & 0 & 8 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 5 & -1 & 5 & -1 & 5 \\ -1 & 5 & -1 & 5 & -1 \\ 5 & -1 & 5 & -1 & 5 \\ -1 & 5 & -1 & 5 & -1 \\ 5 & -1 & 5 & -1 & 5 \end{pmatrix}$. 9. $\begin{pmatrix} 1 & na \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

10. $\begin{pmatrix} \cos n\alpha & -\sin n\alpha \\ \sin n\alpha & \cos n\alpha \end{pmatrix}$. 11. $\begin{pmatrix} 8 & 15 \\ 0 & 23 \end{pmatrix}$. 12. $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$. 13. $\begin{pmatrix} 21 & -23 & 15 \\ -13 & 34 & 10 \\ -9 & 22 & 25 \end{pmatrix}$. 15. а) 18;

б) 111; в) 208; г) -32; д) 48. 16. а) 12; б) 2; в) -1, -4; г) $-\frac{1}{6}, \frac{3}{2}$; д) $\emptyset$; е) 2.

17. а) $(3; +\infty)$; б) $(-10; +\infty)$; в) $\left(-\infty; -\frac{4}{3}\right)$. 18. а) -3; б) -10, 2. 19. а) $\left(\frac{7}{2}; +\infty\right)$;

б) $(-6; -4)$. 20. а) $\frac{1}{38}\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ -6 & 2 \end{pmatrix}$; б) $\frac{1}{63}\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 12 \end{pmatrix}$; в) $\frac{1}{41}\begin{pmatrix} -9 & 11 & -5 \\ 7 & -4 & 13 \\ 19 & -5 & 6 \end{pmatrix}$;

г) $\frac{1}{48}\begin{pmatrix} -10 & 12 & -10 \\ -17 & 6 & 7 \\ 8 & 0 & 8 \end{pmatrix}$; д) не существует; е) $\frac{1}{67}\begin{pmatrix} 13 & -3 & -7 \\ 12 & 23 & 9 \\ -5 & -4 & 13 \end{pmatrix}$. 21. а) $\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$;

б) $\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 9 & 18 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 9 & 2 \\ -13 & -3 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1,5 & 1,5 \end{pmatrix}$. 22. а) $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -5 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & -3 \end{pmatrix}$. 23. а) нет; б) да; в) да; г) нет. 24. а) $X = \begin{pmatrix} 1000 \\ 1000 \end{pmatrix}$; б) $Y_1 = \begin{pmatrix} 500 \\ 550 \end{pmatrix}$,

$$X_1 = \begin{pmatrix} 1184 \\ 1132 \end{pmatrix}, \quad \Delta X = \begin{pmatrix} 184 \\ 132 \end{pmatrix}. \quad 25. A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,4 \\ 0,55 & 0,1 \end{pmatrix}. \quad 26. A = \begin{pmatrix} 0,16 & 0,4 \\ 0,14 & 0,1 \end{pmatrix},$$

$$S = \begin{pmatrix} 1,29 & 0,57 \\ 0,2 & 1,2 \end{pmatrix}, \quad X_1 = \begin{pmatrix} 622,5 \\ 430 \end{pmatrix}. \quad 27. \text{ а) } \Delta X_1 = \begin{pmatrix} 23 \\ 56 \\ 27 \end{pmatrix}; \quad \text{ б) } \Delta Y_2 = \begin{pmatrix} 3,64 \\ -12,66 \\ 18,57 \end{pmatrix}.$$

$$28. \text{ а) } \left(\frac{3}{7}; \frac{26}{7} \right); \quad \text{ б) } 1; -1; \quad \text{ в) } 2; 3. \quad 29. -1; 2; -2. \quad 30. -22; 19; 21. \quad 31. 1; 1; 1.$$

$$32. 4; 5; -3. \quad 33. 2; -1; 1. \quad 34. \text{ а) } 2; \text{ б) } 2; \text{ в) } 4; \text{ г) } 3; \text{ д) } 2; \text{ е) } 3. \quad 35. 1, \text{ если } a=1; 2, \text{ если } a=-2; 3, \text{ если } a \neq 1 \text{ и } a \neq -2. \quad 36. \text{ Несовместна. } \quad 37. \text{ Несовместна.}$$

$$38. 0; 1; -1; 2. \quad 39. 1; 2; -1.$$

$$40. \left(-\frac{1}{2} - x_4 + \frac{5}{8}x_5; \frac{5}{2} + 2x_4 + \frac{1}{8}x_5; 1 + x_4 - \frac{3}{4}x_5; x_4; x_5 \right), \quad x_4, x_5 \in \mathbb{R}.$$

$$41. (1 + 2x_4; -2; -1 - x_4; x_4), \quad x_4 \in \mathbb{R}. \quad 42. (5; 3; -4; 1). \quad 43. \text{ Несовместна.}$$

$$44. (x_1; 7 - 13x_1 - 11x_3; x_3; 2 - 6x_1 - 5x_3; 4 - 8x_1 - 8x_3), \quad x_1, x_3 \in \mathbb{R}.$$

$$45. \left(0; 2; \frac{5}{3}; -\frac{4}{3} \right). \quad 46. (-8; x_4 + 3; 2x_4 + 6; x_4), \quad x_4 \in \mathbb{R}.$$

$$47. (-16 + x_3 + x_4 + 5x_5; 23 - 2x_3 - 2x_4 - 6x_5; x_3; x_4; x_5), \quad x_3, x_4, x_5 \in \mathbb{R}.$$

$$48. \text{ Несовместна. } \quad 49. \left(\frac{1}{6} + \frac{5}{6}x_4; \frac{1}{6} - \frac{7}{6}x_4; \frac{1}{6} + \frac{5}{6}x_4; x_4 \right), \quad x_4 \in \mathbb{R}. \quad 50. (3; 0; -5; 11).$$

$$51. (0; 0; 0; x_5; x_5), \quad x_5 \in \mathbb{R}. \quad 52. (0; 0; 0). \quad 53. (0; 0; 0).$$

$$54. \left(\frac{1}{2}x_3 - \frac{5}{8}x_4; -\frac{1}{2}x_3 - \frac{1}{8}x_4; x_3; x_4 \right), \quad x_3, x_4 \in \mathbb{R}. \quad 55. 7, 10 \text{ и } 13. \quad 56. 1,8; 2,6; 2.$$

$$57. \text{ а) } \lambda_1 = 3, \quad X_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} a (a \neq 0), \quad \lambda_2 = -1, \quad X_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} b (b \neq 0); \quad \text{ б) } \lambda_1 = 5,$$

$$X_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} a (a \neq 0), \quad \lambda_2 = -3, \quad X_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} b (b \neq 0); \quad \text{ в) } \lambda_1 = 5, \quad X_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} a (a \neq 0),$$

$$\lambda_2 = -1, \quad X_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} b (b \neq 0); \quad \text{ г) } \lambda = 1, \quad X = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} a (a \neq 0); \quad \text{ д) } \lambda_1 = -1,$$

$$X_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} a (a \neq 0), \quad \lambda_2 = 3, \quad X_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} b (b \neq 0); \quad \text{ е) } \lambda_1 = 1,$$

$$X_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} a + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} b (a^2 + b^2 \neq 0), \quad \lambda_2 = -1, \quad X_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \\ 6 \end{pmatrix} c (c \neq 0); \quad \text{ ж) } \lambda_1 = 1,$$

$$X_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} a (a \neq 0), \quad \lambda_2 = 2, \quad X_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} b (b \neq 0); \quad \text{ з) } \lambda_1 = -1, \quad X_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} a (a \neq 0),$$

$$\lambda_2 = 2, \quad X_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} b \ (b \neq 0), \quad \lambda_3 = -2, \quad X_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} c \ (c \neq 0); \quad \text{и) } \lambda_1 = 0,$$

$$X_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} a \ (a \neq 0), \quad \lambda_2 = 1, \quad X_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} b \ (b \neq 0). \quad 58. \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}. \quad 59. \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & -5 & 3 \\ -1 & 3 & 8 \end{pmatrix}.$$

$$60. \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}. \quad 61. \text{Положительно определенная.} \quad 62. \text{Отрицательно определенная.}$$

63. Отрицательно определенная. 64. Отрицательно определенная. 65. Положительно определенная. 66. Неопределенная. 67. Положительно определенная. 68. $\lambda > 1$. 69. $\lambda > 0,5$. 70. $\lambda > 1$. 71. Требуемых значений λ не существует. 72. Требуемых значений λ не существует. 73. $\lambda < -2$. 74. $-2 < \lambda < 0$.

$$75. \lambda < -2,5. \quad 76. \vec{a} = \{1; -1; \pm\sqrt{2}\}. \quad 77. B(1; -1; 8). \quad 78. \cos \alpha = \frac{\sqrt{14}}{7}, \quad \cos \beta = -\frac{\sqrt{14}}{14},$$

$$\cos \gamma = \frac{3\sqrt{14}}{14}, \quad \vec{a}^0 = \left\{ \frac{\sqrt{14}}{7}; -\frac{\sqrt{14}}{14}; \frac{3\sqrt{14}}{14} \right\}. \quad 79. |\vec{a} - \vec{b}| = 22. \quad 80. |\vec{a} + \vec{b}| = 20.$$

81. $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{19}$, $|\vec{a} - \vec{b}| = 7$. 82. Вектор $\vec{b}$ длиннее вектора $\vec{a}$ в три раза, они направлены в противоположные стороны. 83. $\alpha = 4$, $\beta = -1$.

$$84. \vec{d} = -48\vec{i} + 45\vec{j} - 36\vec{k}. \quad 85. \vec{c} = \{-3; 15; 12\} \quad 86. \vec{a} = 2\vec{b} + \vec{c}, \quad \vec{b} = \frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{c},$$

$$\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}. \quad 87. \vec{c} = 3,25\vec{p} + 3,25\vec{q} - 2,75\vec{r}. \quad 88. 1) -6; 2) 9; 3) 16; 4) 13; 5) -61; 6) 37; 7) 73. \quad 89. 1) 22; 2) 6; 3) 7; 4) 40; 5) 129; 6) 41; 7) 11/21. \quad 90. 45^\circ.$$

$$91. \vec{x} = \{-24; 32; 30\}. \quad 92. \vec{x} = \left\{ 1; \frac{1}{2}; -\frac{1}{2} \right\}. \quad 93. \vec{x} = -4\vec{i} - 6\vec{j} + 12\vec{k}. \quad 94. \vec{x} = \{-3; 3; 3\}.$$

$$95. \vec{x} = \{2; -3; 0\}. \quad 96. 5. \quad 97. -9. \quad 98. \sqrt{369 + 180\sqrt{3}}. \quad 99. y = \frac{12}{5}x - 13. \quad 100. 135^\circ.$$

$$101. 2 \cdot 21 + (-7) \cdot 6 = 0. \quad 102. 1), 3) \text{ и } 4). \quad 103. \frac{2}{14} = \frac{-3}{-21}, \frac{48}{\sqrt{437}}. \quad 104. \frac{15}{5} = \frac{36}{12}, 5.$$

$$105. \text{а) } \arctg \frac{3}{4}; \text{ б) } 45^\circ; \text{ в) } 45^\circ; \text{ г) } 0^\circ. \quad 106. y = 3x + 11, \quad y = -\frac{1}{3}x - 1. \quad 107. y = \frac{1}{\sqrt{3}}x,$$

$$x = \sqrt{3}. \quad 108. 8x + 3y - 18 = 0. \quad 109. x - 2y - 7 = 0. \quad 110. y + 2 = 0. \quad 111. \left(-\frac{12}{5}; \frac{27}{10} \right).$$

$$112. (-2; -1). \quad 113. Q(11; -11). \quad 114. (-12; 5). \quad 115. 2x - y - 4 = 0.$$

$$116. AB: 2x + y - 8 = 0, \quad BC: x + 2y - 1 = 0, \quad AC: x - y - 1 = 0, \quad AM: x - 3 = 0, \\ BN: x + y - 3 = 0, \quad CK: y = 0. \quad 117. (2; 1), (4; 2), (-1; 7), (1; 8).$$

118. $7x - 2y - 12 = 0$, $5x + y - 28 = 0$, $2x - 3y - 18 = 0$. 119. $5x - 2y - 33 = 0$,
 $x + 4y - 11 = 0$, $7x + 6y + 33 = 0$. 120. $\left(\frac{37}{29}; \frac{192}{29}\right)$. 122. См. рис. 1–3.

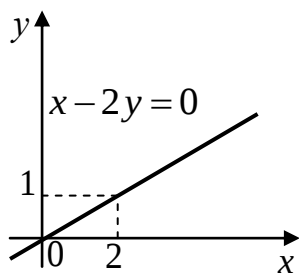


Рис. 1

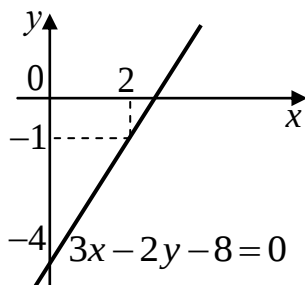


Рис. 2

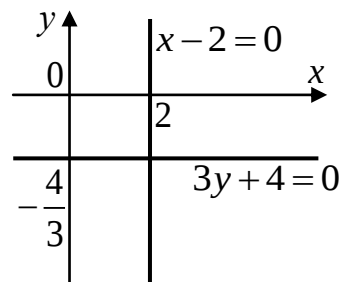


Рис. 3

123. Уравнения сторон: $4x + 3y + 1 = 0$, $4x + 3y - 24 = 0$, $3x - 4y + 7 = 0$,
 $3x - 4y + 32 = 0$, уравнение диагонали: $x + 7y - 31 = 0$.

124. $4x + 3y - 30 = 0$ $4x + 3y - 5 = 0$, $3x - 4y + 15 = 0$, $3x - 4y - 10 = 0$.

125. 525 руб. 126. 1400 руб. 127. $x > 400$ км. 128. $x > 5$. 130. $\left(3; -\frac{\pi}{4}\right)$, $\left(2; \frac{\pi}{2}\right)$.

131. $\left(1; -\frac{3\pi}{4}\right)$, $\left(5; -\frac{\pi}{2}\right)$, $\left(2; \frac{2\pi}{3}\right)$, $\left(4; -\frac{\pi}{6}\right)$. 132. $d = 7$. 133. $M_1(0; 6)$, $M_2(5; 0)$,

$M_3(\sqrt{2}; \sqrt{2})$, $M_4(5; -5\sqrt{3})$, $M_5(-4; 4\sqrt{3})$, $M_6(6\sqrt{3}; -6)$. 134. $M_1\left(5; \frac{\pi}{2}\right)$,

$M_2(3; \pi)$, $M_3\left(2; \frac{\pi}{6}\right)$, $M_4\left(2; -\frac{3\pi}{4}\right)$, $M_5\left(2; -\frac{\pi}{3}\right)$. 135. 1) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$;

2) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$; 3) $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$; 4) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. 136. 1) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{49} = 1$;

2) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$; 3) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{169} = 1$; 4) $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{100} = 1$. 137. 1) 5 и 3; 2) $F_1(-4; 0)$ и

$F_1(4; 0)$; 3) $\varepsilon = \frac{4}{5}$; 4) $x = \pm \frac{25}{4}$. 138. 1) $C(3; -1)$, $a = 3$, $b = \sqrt{5}$, $\varepsilon = \frac{2}{3}$, $2x - 15 = 0$,

$2x + 3 = 0$; 2) $C(-1; 2)$, $a = 5$, $b = 4$, $\varepsilon = \frac{3}{5}$, $3x - 22 = 0$, $3x + 28 = 0$; 3) $C(1; -2)$,

$a = 2\sqrt{3}$, $b = 4$, $\varepsilon = \frac{1}{2}$, $y - 6 = 0$, $y + 10 = 0$. 139. 1) Половина эллипса

$\frac{(x-3)^2}{25} + \frac{(y+7)^2}{4} = 1$ над прямой $y + 7 = 0$; 2) половина эллипса

$\frac{(x+3)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{16} = 1$ под прямой $y - 1 = 0$; 3) половина эллипса $\frac{x^2}{16} + \frac{(y+3)^2}{4} = 1$

в левой полуплоскости; 4) половина эллипса $\frac{(x+5)^2}{4} + \frac{(y-1)^2}{9} = 1$ справа от прямой $x+5=0$. 140. $5x^2 + 9y^2 + 4x - 18y - 55 = 0$.

141. $4x^2 + 3y^2 + 32x - 14y + 59 = 0$. 142. 1) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$; 2) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$;

3) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$; 4) $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$. 143. 1) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{324} = -1$; 2) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = -1$;

3) $\frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{576} = -1$; 4) $\frac{x^2}{24} - \frac{y^2}{25} = -1$. 144. 1) 3 и 4; 2) $F_1(-5;0)$ и $F_1(5;0)$; 3) $\varepsilon = \frac{5}{3}$;

4) $y = \pm \frac{4}{3}x$; 5) $x = \pm \frac{9}{5}$. 145. 1) 3 и 4; 2) $F_1(0;-5)$ и $F_1(0;5)$; 3) $\varepsilon = \frac{5}{4}$;

4) $y = \pm \frac{4}{3}x$; 5) $x = \pm \frac{16}{5}$. 146. 1) $C(2;-3)$, $a=3$, $b=4$, $\varepsilon = \frac{5}{3}$, $5x-1=0$, $5x-19=0$, $4x-3y-17=0$, $4x+3y+1=0$; 2) $C(-5;1)$, $a=8$, $b=6$, $\varepsilon=1,25$, $x=-11,4$, $x=1,4$, $3x+4y+11=0$, $3x-4y+19=0$; 3) $C(2;-1)$, $a=3$, $b=4$, $\varepsilon=1,25$, $y=-4,2$, $y=2,2$, $4x+3y-5=0$, $4x-3y-11=0$. 147. 1) Часть гиперболы $\frac{(x-2)^2}{9} - \frac{(y+1)^2}{4} = 1$ над прямой $y+1=0$; 2) ветвь гиперболы $\frac{(x-3)^2}{4} - \frac{(y-7)^2}{9} = -1$ под прямой $y-7=0$; 3) ветвь гиперболы $\frac{(x-9)^2}{16} - \frac{(y+2)^2}{4} = 1$ слева от прямой $x-9=0$; 4) часть гиперболы $\frac{(x-5)^2}{9} - \frac{(y+2)^2}{16} = -1$ слева от прямой $x-5=0$. 148. 1) $y^2 = 6x$; 2) $y^2 = -x$;

3) $x^2 = \frac{1}{2}y$; 4) $x^2 = -6y$. 149. 1) $p=3$, симметрична относительно оси Ox ;

2) $p = \frac{5}{2}$, симметрична относительно оси Oy ; 3) $p=2$, симметрична относительно оси Ox ; 4) $p = \frac{1}{2}$, симметрична относительно оси Oy . 150. 1) $y^2 = 4x$;

2) $y^2 = -9x$; 3) $x^2 = y$; 4) $x^2 = -2y$. 151. $y^2 = -28x$. 152. 1) $A(2;0)$, $p=2$, $x-1=0$; 2) $A\left(\frac{2}{3};0\right)$, $p=3$, $6x-13=0$; 3) $A\left(0;-\frac{1}{3}\right)$, $p=3$, $6y+11=0$;

4) $A(0;2)$, $p = \frac{1}{2}$, $4y-9=0$. 153. 1) $A(-2;1)$, $p=2$; 2) $A(1;3)$, $p = \frac{1}{8}$;

- 3) $A(6; -1)$, $p = 3$. 154. 1) $A(-4; 3)$, $p = \frac{1}{4}$; 2) $A(1; 2)$, $p = 2$; 3) $A(0; 1)$, $p = \frac{1}{2}$.
155. $x = \frac{1}{4}y^2 - y + 7$. 156. $y = \frac{1}{8}x^2 - x + 3$. 157. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. 158. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$.
159. $y^2 = 12x$. 160. $x - 2y + 3z + 3 = 0$. 161. $\arccos \frac{11\sqrt{598}}{598}$. 162. $2x - 3z - 27 = 0$.
163. 1) $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{5}$ 2) $\frac{x-2}{5} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{-1}$; 3) $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z+3}{0}$;
- 4) $\frac{x-2}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{0}$; 5) $\frac{x-2}{0} = \frac{y}{0} = \frac{z+3}{1}$. 164. 60° . 165. $\frac{x-2}{6} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z+5}{-5}$.
166. $2x - 3y + 4z - 1 = 0$. 167. 1) $(2; -3; 6)$; 2) прямая параллельна плоскости; 3) прямая лежит в плоскости. 168. $(3; -2; 4)$. 169. $Q(4; 1; -3)$. 170. $(1; 4; -7)$.
171. $Q(-5; 1; 0)$. 172. Точки M_1, M_2, M_4 лежат на поверхности, точки M_3, M_5, M_6 не лежат на ней. Уравнение определяет сферу с центром в начале координат и радиусом, равным 7. 173. 1) $(1; 2; 2)$ и $(1; 2; -2)$; 2) на данной поверхности нет такой точки; 3) $(2; 1; 2)$ и $(2; -1; 2)$; 4) на данной поверхности нет такой точки. 174. 1) сфера с центром $(2; -3; 5)$ и радиусом, равным 7; 2) уравнение определяет единственную точку – начало координат; 3) уравнение никакого геометрического образа в пространстве не определяет; 4) плоскости Oxy и Oyz ; 5) плоскости Oxy и Oxz ; 6) совокупность всех трёх координатных плоскостей; 7) плоскость Oxz и плоскость, которая делит пополам двугранный угол между плоскостями Oxz, Oyz и проходит в 1, 3, 5 и 7 октантах; 8) плоскость Oxy и плоскость, которая делит пополам двугранный угол между плоскостями Oxy, Oxz и проходит в 3, 4, 5 и 6 октантах; 9) эллипсоид с центром симметрии в начале координат и полуосями 2, 3 и 1; 10) эллипсоид с центром симметрии в точке $(-1; 4; 0)$ и полуосями 5, 2 и 3; 11) однополостной гиперболоид; 12) двуполостной гиперболоид; 13) эллиптический параболоид; 14) гиперболический параболоид; 15) эллиптический цилиндр; 16) гиперболический цилиндр; 17) параболический цилиндр; 18) конус. 175. $3, \sqrt{3}; (2; 3; 0), (2; -3; 0), (2; 0; \sqrt{3}), (2; 0; -\sqrt{3})$. 176. $4, 3; (4; 0; -1), (-4; 0; -1)$.
177. 15; $\left(0; -6; -\frac{3}{2}\right)$. 187. $z_{\min} = z\left(\frac{14}{3}; \frac{8}{3}\right) = -\frac{2}{3}, \quad z_{\max} = z(10; 0) = 10$.
188. $z_{\max} = z(12; 0) = 24, \quad z_{\min} = z(2; 0) = z(1; 2) = 4$. 189. Недопустимая.
190. $z_{\max} = +\infty; z_{\min} = z(1, 6; 1, 8) = 8, 8$. 191. $z_{\max} = z(0; 4) = 8, \quad z_{\min} = z(2, 5; 1, 5) = 5, 5$. 192. $z_{\max} = -7; z_{\min} = -10$. 193. $z_{\min} = 120$,

$$X_{\min} = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 7 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \end{pmatrix}. \quad 194. z_{\min} = 2200, \quad X_{\min} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 200 & 100 \\ 0 & 200 & 0 & 0 \\ 100 & 0 & 0 & 0 \\ 200 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$195. z_{\min} = 340, \quad X_{\min} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 20 & 0 \\ 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 & 20 \end{pmatrix}. \quad 196. z_{\min} = 180 \quad X_{\min} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 20 \\ 20 & 0 & 0 \\ 30 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$197. 1) 7-4i; \quad 2) -14+8i; \quad 3) 0,8-1,4i; \quad 4) \frac{5}{17} + \frac{14}{17}i; \quad 5) 29-20i; \quad 6) -11-2i;$$

$$7) -\frac{7}{2} - \frac{5}{2}i; \quad 8) \frac{29}{20} + \frac{47}{20}i; \quad 9) i; \quad 10) -i. \quad 198. 1) \operatorname{Re} z = 2, \quad \operatorname{Im} z = 5, \quad |z| = \sqrt{29},$$

$$\arg z = \operatorname{arctg} \frac{5}{2}; \quad 2) \operatorname{Re} z = 1, \quad \operatorname{Im} z = 1, \quad |z| = \sqrt{2}, \quad \arg z = \frac{\pi}{4}; \quad 3) \operatorname{Re} z = \sqrt{3}, \quad \operatorname{Im} z = -1,$$

$$|z| = 2, \quad \arg z = -\frac{\pi}{6}; \quad 4) \operatorname{Re} z = -2, \quad \operatorname{Im} z = -2\sqrt{3}, \quad |z| = 4, \quad \arg z = -\frac{2\pi}{3}; \quad 5) \operatorname{Re} z = -2,$$

$$\operatorname{Im} z = 2, \quad |z| = 2\sqrt{2}, \quad \arg z = \frac{3\pi}{4}. \quad 201. 1) 2\left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}\right) = 2e^{\frac{2\pi}{3}};$$

$$2) 5\left(\cos\left(\operatorname{arctg} \frac{4}{3} - \pi\right) + i \sin\left(\operatorname{arctg} \frac{4}{3} - \pi\right)\right) = 5e^{\operatorname{arctg} \frac{4}{3} - \pi}; \quad 3) 2(\cos 0 + i \sin 0) = 2e^0;$$

$$4) 5(\cos \pi + i \sin \pi) = 5e^{\pi}; \quad 5) 2\left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2}\right) = 2e^{\frac{3\pi}{2}};$$

$$6) 4\left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}\right) = 4e^{\frac{\pi}{2}}; \quad 7) 3\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}\right) = 3e^{\frac{\pi}{4}};$$

$$8) 4\left(\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)\right) = 4e^{-\frac{2\pi}{3}};$$

$$9) \sqrt{5}\left(\cos\left(-\operatorname{arctg} \frac{1}{2}\right) + i \sin\left(-\operatorname{arctg} \frac{1}{2}\right)\right) = \sqrt{5}e^{-\operatorname{arctg} \frac{1}{2}};$$

$$10) \sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + i \sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right)\right) = \sqrt{2}e^{-\frac{3\pi}{4}}; \quad 11) \sqrt{2}\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}};$$

$$12) 3\sqrt{2}\left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4}\right) = 3\sqrt{2}e^{\frac{3\pi}{4}}; \quad 13) 5\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right) = 5\sqrt{2}e^{-\frac{\pi}{4}};$$

$$14) \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right) = e^{-\frac{2\pi}{3}}. \quad 202. 1) -16-16i; \quad 2) 512\sqrt{3}+512i; \quad 3) 2\sqrt{2}i;$$

$$4) 8\sqrt{2}\left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12}\right); \quad 5) 8; \quad 6) 1024. \quad 203. \frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} - i \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

204. $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$, $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$, $-i$. 205. 2 , $-1 \pm i\sqrt{3}$. 206. $\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{12}\right)\right)$,
 $\sqrt{2}\left(\cos\frac{7\pi}{12} + i\sin\frac{7\pi}{12}\right)$, $-1 - i$. 207. $\pm 2(\sqrt{3} + i)$, $\pm 2(-1 - i\sqrt{3})$. 208. $1 \pm i$, $-1 \pm i$.
 209. $\sqrt[10]{2}\left(\cos\frac{\pi}{20} + i\sin\frac{\pi}{20}\right)$, $\sqrt[10]{2}\left(\cos\frac{9\pi}{20} + i\sin\frac{9\pi}{20}\right)$, $\sqrt[10]{2}\left(\cos\frac{17\pi}{20} + i\sin\frac{17\pi}{20}\right)$,
 $-\frac{\sqrt[5]{8}}{2} - i\frac{\sqrt[5]{8}}{2}$, $\sqrt[10]{2}\left(\cos\left(-\frac{7\pi}{20}\right) + i\sin\left(-\frac{7\pi}{20}\right)\right)$ 210. $\sqrt[3]{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{9}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{9}\right)\right)$,
 $\sqrt[3]{2}\left(\cos\frac{2\pi}{9} + i\sin\frac{2\pi}{9}\right)$, $\sqrt[3]{2}\left(\cos\frac{5\pi}{9} + i\sin\frac{5\pi}{9}\right)$, $\sqrt[3]{2}\left(\cos\frac{8\pi}{9} + i\sin\frac{8\pi}{9}\right)$,
 $\sqrt[3]{2}\left(\cos\frac{11\pi}{9} + i\sin\frac{11\pi}{9}\right)$, $\sqrt[3]{2}\left(\cos\frac{14\pi}{9} + i\sin\frac{14\pi}{9}\right)$. 211. $\pm i$. 212. $\pm 2i$. 213. $1 \pm 3i$.
 214. $3 \pm 3i$. 215. $2 \pm i$, $-2 \pm i$. 216. $4 \pm i$, $-4 \pm i$. 217. $\sqrt[6]{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{12}\right)\right)$,
 $\sqrt[6]{2}\left(\cos\frac{7\pi}{12} + i\sin\frac{7\pi}{12}\right)$, $-\frac{\sqrt[3]{4}}{2} - i\frac{\sqrt[3]{4}}{2}$. 218. $\cos\left(-\frac{\pi}{8}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{8}\right)$,
 $\cos\frac{3\pi}{8} + i\sin\frac{3\pi}{8}$, $\cos\frac{7\pi}{8} + i\sin\frac{7\pi}{8}$, $\cos\frac{11\pi}{8} + i\sin\frac{11\pi}{8}$. 219. $2 \pm i$.
 220. $\sqrt[6]{32}\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)$, $-\sqrt[3]{2} + i\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[6]{32}\left(\cos\frac{17\pi}{12} + i\sin\frac{17\pi}{12}\right)$.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии / Д.В. Клетеник; Под ред. Н.В. Ефимова. – СПб и др.: Лань, 2010. – 222 с.
2. Сборник задач по высшей математике для экономистов: учеб. пособие для вузов по направлению «Экономика» и экон. специальностям / В.И. Ермаков и др.; под ред. В.И. Ермакова; Рос. экон. акад. им. Г.В. Плеханова. – М.: ИНФРА-М, 2009. – 573 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Матрицы	3
Определители.....	4
Обратная матрица. Матричные уравнения	5
Модель Леонтьева	6
Матричный метод и формулы Крамера	7
Ранг матрицы	7
Метод Гаусса.....	8
Метод Жордана–Гаусса. Однородные системы.....	8
Собственные векторы и собственные значения матриц	9
Квадратичные формы.....	10
Векторы. Основные понятия	11
Скалярное произведение	12
Прямая на плоскости.....	12
Полярная система координат	15
Кривые второго порядка.....	16
Плоскость и прямая в пространстве	19
Поверхности второго порядка.....	20
Математическая модель задачи линейного программирования	21
Графический метод решения.....	23
Транспортная задача	24
Комплексные числа	24
Ответы	26
Библиографический список.....	34