

Министерство образования и науки Российской Федерации
Южно-Уральский государственный университет
Кафедра математического и функционального анализа

51(07)
Ш965

С.А. Шунайлова, М.А. Кобытова

МАТЕМАТИКА

Часть 3

Сборник задач

Челябинск
Издательский центр ЮУрГУ
2015

УДК 510(022)(076.1)
Ш965

*Одобрено
учебно-методической комиссией
факультета математики, механики и компьютерных наук*

*Рецензенты:
Кипнис М.М., Фёдоров В.Е.*

Ш965

Шунайлова С.А.

Математика. Часть 3. Сборник задач / С.А. Шунайлова, М.А. Кобытова. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2015. – 20 с.

Сборник содержит задания, предназначенные для проведения практических занятий и организации самостоятельной работы студентов второго курса следующих направлений и специальностей: 38.03.01 «Экономика», 38.03.02 «Менеджмент», 38.03.03 «Управление персоналом», 38.03.05 «Бизнес-информатика», 38.05.01 «Экономическая безопасность», 38.05.02 «Таможенное дело».

Приведенные в сборнике задания соответствуют программе по математическим дисциплинам, изучаемым студентами экономических направлений и специальностей в третьем семестре. Для наиболее эффективной организации практических занятий задания разделены на три уровня сложности.

УДК 510(022)(076.1)

© Издательский центр ЮУрГУ, 2015

Найдите производные функций¹.

1. $y = (2x + \sin 2x)^3$.

2. $y = \sqrt[3]{(1+x^5)^2}$.

3. $y = \frac{2}{15\sqrt{1+x}}$.

4. $y = x - \ln(2 + e^x)$.

5. $y = \frac{2}{3}\sqrt{\operatorname{arctg}^5 3x}$.

6. $y = \frac{1}{2}\operatorname{arctg} \frac{e^x - 3}{2}$.

7*. $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$.

8. $y = \arcsin e^x - \sqrt{1 - e^{2x}}$.

9. $y = \ln \log_5 \operatorname{tg} x$.

10*. $y = x^2 \cos^2 12x$.

11*. $y = \frac{\cos^2 3x}{4 \sin 4x}$.

12. $y = \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{x}$.

13. $y = \sqrt{x} + \frac{1}{3}\arccos \sqrt{x} + \frac{8}{3}\operatorname{arctg} \sqrt{x}$.

14. $y = e^{(x^2+1)\cos x}$.

15. $y = 2^{\sin x^3}$.

16*. $y = x^5 - e^{-x} \arcsin x - \ln(1 + \sqrt{1+x^2})$

Определите, чему равно число k в данном равенстве.

17*. $dx = k \cdot d(2x)$.

18*. $dx = k \cdot d(3x+5)$.

19*. $4dx = k \cdot d(3-2x)$.

20*. $3dx = k \cdot d\left(5 + \frac{x}{2}\right)$.

21*. $2xdx = k \cdot d(x^2)$.

22*. $3xdx = k \cdot d(2x^2 + 5)$.

23*. $x^2 dx = k \cdot d(x^3 - 4)$.

24*. $x^5 dx = k \cdot d(2x^6 + 5)$.

25*. $(6x^5 + 4x^3)dx = k \cdot d(x^6 + x^4)$.

26*. $\frac{dx}{x} = k \cdot d(2 \ln x + 4)$.

27*. $\frac{dx}{x} = k \cdot d(2 \log_3 x + 4)$.

28*. $\frac{dx}{x} = k \cdot d(2 - \log_2 x)$.

29*. $\frac{dx}{x^2} = k \cdot d\left(\frac{4}{x}\right)$.

30*. $\frac{dx}{\sqrt{x}} = k \cdot d(2\sqrt{x})$.

31*. $\frac{dx}{\sqrt{x}} = k \cdot d(3\sqrt{x} + 5)$.

32*. $\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = k \cdot d(2 \arcsin x)$.

33*. $\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = k \cdot d(2 - \arccos x)$.

34*. $\frac{dx}{x^2 + 1} = k \cdot d(2 - 3 \operatorname{arctg} x)$.

35*. $\sin x dx = k \cdot d(3 \cos x)$.

36*. $2 \cos x dx = k \cdot d(3 - \sin x)$.

37*. $\sin 3x dx = k \cdot d(4 \cos 3x)$.

38*. $e^x dx = k \cdot d(3e^x)$.

39*. $2^x dx = k \cdot d(3 + 2^x)$.

40*. $5^x dx = k \cdot d(2 \cdot 5^x)$.

41*. $e^{5x} dx = k \cdot d(3e^{5x} + 4)$.

¹ Знаками «*» и «**» отмечены задачи, имеющие средний и повышенный уровни сложности, соответственно.

Найдите интегралы.

42. $\int x^5 dx.$

43. $\int \sqrt[5]{x^2} dx.$

44. $\int \left(2 \sin x + \frac{5}{x^3} \right) dx.$

45. $\int \frac{x^2 + x + 1}{x^3} dx.$

46. $\int \frac{\sqrt[4]{x} - 2\sqrt{x^3}}{\sqrt[3]{x}} dx.$

47. $\int \frac{x^2 + x}{\sqrt[3]{x^2}} dx.$

48. $\int \frac{x^2 + 3\sqrt{x^3} + 5\sqrt[3]{x^5}}{x^4} dx.$

49. $\int \cos^2 \frac{x}{2} dx.$

50. $\int \frac{\cos^3 x + 5}{\cos^2 x} dx.$

51. $\int \frac{dx}{2x^2 + 8}.$

52. $\int \frac{dx}{4x^2 - 9}.$

53. $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2 - 1}}.$

54. $\int \frac{dx}{\sqrt{3x^2 + 5}}.$

55. $\int \frac{dx}{\sqrt{9 - 4x^2}}.$

56. $\int \frac{2 + x^2}{1 + x^2} dx.$

57. $\int \operatorname{tg}^2 x dx.$

58. $\int \frac{\cos 2x dx}{\cos^2 x \sin^2 x}.$

59. $\int \frac{dx}{x+1}.$

60. $\int \frac{x-2}{x+4} dx.$

61. $\int \frac{dx}{\sqrt[5]{3x+5}}.$

62. $\int \frac{2x-1}{2x+3} dx.$

63. $\int \cos 5x dx.$

64. $\int \sin \frac{5x}{3} dx.$

65. $\int 5^{4x-1} dx.$

66*. $\int (e^{4x} - 2e^{-3x})^2 dx.$

67. $\int x(1+x^2)^{12} dx.$

68. $\int \frac{x}{x^4 + 1} dx.$

69. $\int e^{3x^2} x dx.$

70. $\int \frac{x^2 dx}{1+3x^3}.$

71. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^6 + 7}}.$

72. $\int \frac{x^2}{e^{x^3-2}} dx.$

73. $\int x^3 \sqrt{x^4 - 5} dx.$

74. $\int \frac{x^3 dx}{x^8 - 3}.$

75. $\int \frac{x^4 dx}{x^{10} - 7}.$

76. $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx.$

77. $\int \frac{e^x}{x^2} dx.$

78. $\int \cos^4 x \sin x dx.$

79. $\int \frac{\sin x dx}{9 + \cos^2 x}.$

80. $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{\sin^2 x - 7}}.$

81*. $\int \frac{\sin 2x dx}{\cos^3 2x}.$

82. $\int \frac{\sqrt[5]{3 \operatorname{tg} x - 5}}{\cos^2 x} dx.$

83. $\int \frac{2 dx}{x \ln x}.$

84. $\int \frac{dx}{x(\ln^2 x - 4)}.$

85. $\int \frac{dx}{x \sin^2(\ln x)}.$

86. $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{1 + e^{2x}}}.$

87. $\int \frac{2^x dx}{9 + 4^x}.$

88*. $\int \frac{e^{3x} dx}{5e^{3x} + 1}.$

89. $\int \frac{\sqrt{\operatorname{arctg} x}}{1 + x^2} dx.$

90*. $\int \frac{\sqrt[3]{\operatorname{arctg} x + x^2 + 2}}{x^2 + 1} dx$

91*. $\int \frac{1 - \cos x}{(x - \sin x)^2} dx.$

92*. $\int \frac{x^3 + x}{x^4 + 1} dx.$

93. $\int 6^x dx.$

94. $\int (2^x + 3^x)^2 dx.$

95. $\int \frac{1-x}{4+2x} dx.$

96. $\int \sqrt[4]{(2-3x)^3} dx.$

$$\begin{array}{lll}
97. \int \frac{3x dx}{\sqrt{1+x^2}}. & 110. \int \frac{\sqrt[6]{\operatorname{ctg} x}}{\sin^2 x} dx. & 125. \int \frac{x dx}{\cos^2 x}. \\
98. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^6-4}}. & 111^*. \int \frac{x+\cos x}{x^2+2\sin x} dx. & 126. \int \frac{\ln x dx}{\sqrt[3]{x^2}}. \\
99. \int \frac{x^6 dx}{x^{14}-4}. & 112^*. \int \frac{x+1}{x^2+2x+1} dx. & 127^*. \int \ln^2 x dx. \\
100^*. \int \frac{x+1}{\sqrt{4-x^2}} dx. & 113. \int \frac{3dx}{\sqrt{x^2-4x+8}}. & 128. \int \arcsin 2x dx. \\
101^{**}. \int \sin \frac{1}{x} \cdot \frac{dx}{x^2}. & 114^*. \int \frac{3x-1}{\sqrt{x^2-4x-5}} dx. & 129. \int x \operatorname{arctg} x dx. \\
102. \int \sin^3 x \cos x dx. & 115^*. \int \frac{xdx}{\sqrt{3-2x-x^2}}. & 130. \int \ln(x^2+4) dx. \\
103. \int \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx. & 116^*. \int \frac{x-2}{\sqrt{x^2+8x+7}} dx. & 131. \int \log_2 x dx. \\
104. \int \frac{dx}{\arcsin x \sqrt{1-x^2}}. & 117^*. \int \frac{4x+8}{x^2+2x+5} dx. & 132. \int (1-2x)e^{\frac{x}{2}} dx. \\
105. \int e^x \sin e^x dx. & 118. \int (2x+1)e^x dx. & 133. \int (5x-2)e^{3x} dx. \\
106. \int \frac{3^x dx}{\sqrt{1-9^x}}. & 119. \int x e^{-2x} dx. & 134. \int (x+2)3^x dx. \\
107. \int \frac{\ln^4 x}{x} dx. & 120. \int x \cos 4x dx. & 135^*. \int (x^2+x+1)e^x dx. \\
108. \int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx. & 121. \int (1-2x)\sin x dx. & 136. \int 3x \cos 2x dx. \\
109. \int \frac{e^x dx}{4+e^{2x}}. & 122^*. \int x^2 \sin x dx. & 137^*. \int x \ln(x-1) dx. \\
& 123^*. \int (3x^2+1)\cos x dx. & 138. \int \arccos x dx. \\
& 124. \int \frac{xdx}{\sin^2 x}. & 139^*. \int \ln(4x^2+1) dx.
\end{array}$$

Выделите целую часть из рациональной дроби.

$$140. \frac{x^3+1}{x^2-x}.$$

$$141. \frac{2x^5-8x^3+3}{x^2-2x}.$$

Разложите дробь в сумму простейших дробей.

$$142. \frac{2x^2+3}{(x-1)(x-2)(x-3)}.$$

$$144. \frac{2x^3+7x^2+7x-1}{(x+2)^2(x^2+x+1)}.$$

$$143. \frac{x^3+6x^2+13x+8}{x(x+2)^3}.$$

Найдите интегралы.

$$145. \int \frac{x^3 - 17}{x^2 - 4x + 3} dx.$$

$$146. \int \frac{3x^2 + 2x + 1}{(x+2)(x-2)(x-1)} dx.$$

$$147. \int \frac{3x^3 - 2}{x^3 - x} dx.$$

$$148. \int \frac{x^5 + 3x^3 - 1}{x^2 + x} dx.$$

$$149. \int \frac{2x^3 + 6x^2 + 7x + 1}{(x-1)(x+1)^3} dx.$$

$$150^*. \int \frac{x^3 + 4x^2 + 3x + 2}{(x+1)^2(x^2 + 1)} dx.$$

$$151. \int \frac{2x^3 + 5}{x^2 - x - 2} dx.$$

$$152. \int \frac{4x^4 + 2x^2 - x - 3}{x(x-1)(x+1)} dx.$$

$$153^*. \int \frac{x^3 - 6x^2 + 14x - 6}{(x+1)(x-2)^3} dx.$$

$$154. \int \sin^3 x dx.$$

$$155. \int \sin^4 5x dx.$$

$$156^*. \int \sin^6 \frac{x}{8} dx.$$

$$157. \int \sin^3 x \cos^2 x dx.$$

$$158. \int \sin^3 x \cos^5 x dx.$$

$$159^*. \int \sin^4 4x \cos^2 4x dx.$$

$$160. \int \operatorname{tg}^3 x dx.$$

$$161. \int \operatorname{ctg}^4 x dx.$$

$$162. \int \sin 2x \cos 5x dx.$$

$$163. \int \sin 3x \sin 7x dx.$$

$$164. \int \sin^5 x dx.$$

$$165^*. \int \cos^4 2x dx.$$

$$166. \int \sin^5 x \cos^2 x dx.$$

$$167^*. \int \sin^4 x \cos^4 x dx.$$

$$168^*. \int \sin^2 x \cos^4 x dx.$$

$$169. \int \operatorname{tg}^6 x dx.$$

$$170. \int \operatorname{ctg}^3 x dx.$$

$$171. \int \cos 3x \cos 5x dx.$$

$$172. \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x-1}}.$$

$$173^*. \int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt[3]{x^2 - 4\sqrt{x}}}.$$

$$174. \int \frac{dx}{1 + \sqrt[3]{x+2}}.$$

$$175^*. \int \frac{dx}{\sqrt{x + \sqrt[4]{x}}}.$$

$$176^{**}. \int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2} dx.$$

$$177^{**}. \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2 - 16}}.$$

$$178^{**}. \int \frac{dx}{\sqrt{(x^2 + 4)^3}}.$$

Вычислите интегралы.

$$179. \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{(2x+7)^2}.$$

$$180. \int_0^1 \frac{xdx}{x^4 + 1}.$$

$$181. \int_0^{\sin^{-1}(\arcsin x)^2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$$182. \int_0^{\sqrt{3}} \frac{\arctg x + x}{1+x^2} dx.$$

$$183. \int_1^e \frac{1 + \ln x}{x} dx.$$

$$184. \int_{-2}^0 (x-4) \cos 3x dx.$$

$$185. \int_0^2 \frac{x^3 dx}{x^2 + 4}.$$

$$186^*. \int_0^1 \frac{x^3 + x}{x^4 + 1} dx.$$

$$187. \int_2^9 \frac{xdx}{\sqrt[3]{x-1}}.$$

$$188^*. \int_0^{2\pi} \sin^2 \frac{x}{4} \cos^4 \frac{x}{4} dx.$$

$$189. \int_0^{\pi} \cos^3 x dx.$$

$$190. \int_{-0,5}^1 \frac{dx}{\sqrt{8+2x-x^2}}.$$

$$191. \int_1^3 \frac{(2x+3)dx}{x^2+4x+5}.$$

$$192. \int_4^9 \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x-1}}.$$

$$193^{**}. \int_0^1 \frac{(x^2+1)dx}{(x^3+3x+1)^2}.$$

$$194^*. \int_0^1 \frac{4 \arctg x - x}{1+x^2} dx.$$

$$195. \int_0^1 x e^{3x} dx.$$

$$196. \int_0^1 \frac{x^4 - 4}{x^2 + 1} dx.$$

$$197^*. \int_{-1}^0 \frac{\operatorname{tg}(x+1)}{\cos^2(x+1)} dx.$$

$$198^*. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x \cos^4 x dx.$$

Вычислите интегралы или докажите их расходимость.

$$199. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x}.$$

$$203. \int_0^{+\infty} \frac{\arctg x}{x^2+1} dx.$$

$$207^{**}. \int_0^{+\infty} x \sin x dx.$$

$$200. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^3}.$$

$$204. \int_0^{+\infty} \frac{3x^2 dx}{x^3+1}.$$

$$208^{**}. \int_0^{+\infty} x \cos x dx.$$

$$201. \int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}.$$

$$205^*. \int_3^{+\infty} \frac{\ln x dx}{x}.$$

$$209. \int_1^2 \frac{dx}{(x-1)^2}.$$

$$202^*. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+4x+9}.$$

$$206^*. \int_0^{+\infty} 2x e^{-x^2} dx.$$

$$210. \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2}}.$$

$$211. \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}.$$

$$212. \int_0^2 \frac{dx}{x^2-4x+3}.$$

$$213^*. \int_0^1 x \ln x dx.$$

$$214. \int_1^2 \frac{dx}{x \ln x}.$$

$$215. \int_0^e \frac{dx}{x \ln^2 x}.$$

$$216. \int_1^e \frac{dx}{x \sqrt{\ln x}}.$$

$$217^*. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{ctg} x dx.$$

$$218^*. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{tg} x dx.$$

Вычислите приближенно интегралы, используя разложение подынтегральной функции в ряд с точностью α .

$$219^*. \int_0^1 x^2 \cos x dx, \alpha = 0,001.$$

$$221^*. \int_0^{0,8} x^2 \operatorname{arctg} x dx, \alpha = 0,001.$$

$$220^*. \int_0^{0,1} e^{-x^2} dx, \alpha = 0,0001.$$

Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиками функций.

$$222. y = x + 4, y = x^2 - 2x.$$

$$224. y = (x-2)^3, y = 4x - 8.$$

$$223. y = 2x - x^2 + 3, y = x^2 - 4x + 3.$$

225. Распределение дохода в некоторой стране определяется кривой Лоренца:

а) $l(x) = \frac{11}{12}x^2 + \frac{1}{12}x$; б) $l(x) = \frac{9}{10}x^2 + \frac{1}{10}x$. Какую часть получают 12% наиболее

низко оплачиваемого населения? Вычислите коэффициент неравномерности распределения совокупного дохода.

226. Найдите функцию потребления, если потребление равно 6 млрд. руб., когда доход равен нулю, а функция предельной склонности к потреблению имеет

вид: а) $C'(y) = 0,5 + \frac{0,5}{\sqrt{y}}$; б) $C'(y) = \frac{1}{\sqrt{3y+4}} + 0,4$; в) $C'(y) = 0,6 - e^{-3y}$.

227. Найдите функцию потребления, если потребление равно 4 млрд. руб., когда доход равен нулю, а функция предельной склонности к сбережению имеет

вид: а) $S'(y) = 0,37$; б) $S'(y) = 0,4 - \frac{1}{\sqrt{2y+9}}$; в) $S'(y) = 0,3 + e^{-1,6y}$.

228. Функция предельных издержек имеет вид: $C'(x) = 60 + 0,04x$. Фиксированные издержки составляют 1800 руб. в месяц, а цена одного изделия равна 80 руб.

а) Найдите переменные издержки.

б) Каковы издержки производства 150 изделий?

в) Найдите приращение прибыли, если объем производства вырос со 150 до 200 изделий.

229. Известны законы спроса и предложения $p = 116 - x^2$, $p = \frac{5}{3}x + 20$. Найдите

выигрыш потребителей и выигрыш поставщиков, если было установлено рыночное равновесие.

230. Скорости изменения издержек и дохода во времени имеют следующий вид: $C'(t) = 2 + t$, $R'(t) = 17 - 2t$. Найдите максимальное значение прибыли, которое можно получить от этого производства. Когда производство следует остановить?

231. Функция предельных издержек имеет вид: $C'(x) = 50 + 0,02x$.

а) Найдите функцию издержек, если фиксированные издержки составляют 2500 руб. в месяц.

б) Каковы издержки производства 250 изделий в месяц?

в) Если продукция продается по цене 75 руб. за изделие, сколько нужно произвести и продать, чтобы прибыль была максимальной?

232. Функция предельного дохода имеет вид: а) $R'(x) = 25 - 0,4x - 0,06x^2$;

б) $R'(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^3 + 900}}$; в) $R'(x) = (5 - x)e^{-\frac{x}{5}}$. Найдите функцию дохода. Найдите

закон спроса на продукцию.

233. Уравнение спроса на некоторую продукцию имеет вид $p = 30 - 0,03x$. Найдите среднее значение дохода, если объем продаж возрос с 80 до 150 единиц.

234. Функция совокупных издержек производства некоторой продукции имеет вид $C(x) = 1000 + 2x + 0,06x^2$. Найдите среднее значение издержек при изменении объема производства от 100 до 200 единиц.

235. Найдите прирост капитала предприятия на данном промежутке времени, если скорость изменения инвестиций имеет вид: а) $I(t) = 10 + 2\sqrt{t}$, $9 \leq t \leq 16$;

б) $I(t) = 2 + \sqrt[5]{t^3}$, $0 \leq t \leq 1$.

236. Доход от инвестиций в некоторое производство равен нулю в течение первого года, а затем изменяется по закону $R(t) = 10e^{-0,2(t-1)}$, где t – время в годах. Найдите среднее значение дохода от инвестиций в течение первых 5 лет.

Является ли данная функция решением дифференциального уравнения?

237. $y = 5x^2$, $xy' = 2y$.

239. $y = \frac{1}{x}$, $y'' = x^2 + y^2$.

238. $y = \frac{2}{\cos x}$, $y' - y \operatorname{tg} x = 0$.

240. $y = \frac{C^2 - x^2}{2x}$, $(x + y)dx + xdy = 0$.

241*. При каком значении параметра a функция $y = a\sqrt{x^2 + 1}$ является решением дифференциального уравнения $y' = \frac{x}{y}$?

243*. При каком значении параметра a функция $y = e^{ax}$ является решением дифференциального уравнения $2y' = y$?

Найдите общий интеграл (общее решение) дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.

243. $y' = \sqrt{xy}$.

249. $(e^{2x} + 5)dy + ye^{2x}dx = 0$.

244. $2y y' = -x$.

250. $\sqrt{4 + y^2} dx - ydy = x^2 ydy$.

245. $y \ln y + xy' = 0$.

251. $y(4 + e^x)dy - e^x dx = 0$.

246. $4xdx - 3ydy = 3x^2 ydy - 2xy^2 dx$.

252. $y(1 + \ln y) + xy' = 0$.

247. $x\sqrt{1 + y^2} + y y' \sqrt{1 + x^2} = 0$.

248. $(3 + e^x)yy' = e^x$.

Найдите решение задачи Коши.

253. $yy' + x = 0$, $y(-2) = -3$.

254. $y' = x(y + 1)$, $y(1) = \frac{1}{2}$.

Найдите общее решение линейного дифференциального уравнения.

255. $y' - \frac{3y}{x} = x^2 + 1$.

257. $y' - \frac{2y}{x+1} = (x+1)^3$.

256*. $y' + \frac{y}{x} = \sin x$.

258. $y' + y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}$.

Найдите решение задачи Коши.

259. $y' - \frac{1}{x+1}y = e^x(x+1)$, $y(0) = 1$.

262. $y' - \frac{y}{x} = x \sin x$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.

260*. $y' + \frac{3y}{x} = \frac{2}{x^3}$, $y(1) = 1$.

261*. $y' + xy = -x^3$, $y(0) = 3$.

Найдите общее решение однородного дифференциального уравнения.

263. $(x + 2y)dx - xdy = 0.$

267. $y' = \frac{x + y}{x - y}.$

264*. $y' = \frac{y^2}{x^2} + 4\frac{y}{x} + 2.$

268*. $xy' = \sqrt{x^2 + y^2} + y.$

265*. $2y' = \frac{y^2}{x^2} + 6\frac{y}{x} + 3.$

269. $xy' = y - xe^{\frac{y}{x}}.$

266. $y' = \frac{x + 2y}{2x - y}.$

Найдите решение задачи Коши.

270. $(xy' - y)\arctg\frac{y}{x} = x, y(1) = 0.$

271. $(x^2 + y^2)dx - 2xydy = 0, y(1) = 4.$

Определите тип дифференциального уравнения и найдите его общее решение.

272. $2x + 2xy^2 + y'\sqrt{2 - x^2} = 0.$

276*. $\frac{xy' - y}{x} = \operatorname{tg}\frac{y}{x}.$

273*. $xy' = 4\sqrt{2x^2 + y^2} + y.$

277. $y' + y\cos x = \sin x \cos x.$

274. $y' - \frac{y}{x} = -\frac{\ln x}{x}.$

278. $y' = e^{2x} - e^x y.$

275. $y' = \frac{y + 1}{x}.$

Найдите общее решение дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка.

279*. $xy''' = 1.$

282*. $2xy'y'' = (y')^2 - 1.$

280.** $y^{(20)} = \sin x.$

283*. $xy''' + y'' = 1 + x.$

281*. $x^2 y'' = (y')^2.$

284*. $yy'' + (y')^2 = 0.$

Найдите решение задачи Коши.

285*. $y'' = \frac{1}{\cos^2 x}, y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\ln 2}{2}, y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0.$

286.** $(1 + x^2)y'' - 2xy' = 0, y(0) = 0, y'(0) = 3.$

287.** $y'' = \frac{y'}{x}\left(1 + \ln\frac{y'}{x}\right), y(1) = \frac{1}{2}, y'(1) = 1.$

288.** $y^3 y'' = 1, y\left(\frac{1}{2}\right) = 1, y'\left(\frac{1}{2}\right) = 1.$

Найдите общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

289. $y'' + 3y' + 2y = 0$.

295. $y'' + 4y = 0$.

290. $y'' - 4y' + 4y = 0$.

296. $y'' + 6y' + 9y = 0$.

291. $y'' + 2y' = 0$.

297. $y'' + 6y' - 7y = 0$.

292. $y'' - 4y = 0$.

298. $y'' - 4y' + 5y = 0$.

293. $y'' + 2y' + 5y = 0$.

299. $y'' + y = 0$.

294. $y'' - 4y' + 8y = 0$.

300. Найдите решение задачи Коши: $y'' - 2y' + y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -2$.

Укажите вид частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.

301. $y'' + 3y' + 2y = x^2 + 1$.

305. $y'' - 4y' + 4y = 3x - 1$.

302. $y'' + 3y' + 2y = x^2 e^{-x}$.

306. $y'' - 4y' + 4y = 4e^{-2x}$.

303. $y'' + 3y' + 2y = 3\sin x$.

307. $y'' + 2y' = 1 - x$.

304. $y'' - 4y' + 4y = xe^{2x}$.

308. $y'' + y = \cos x$.

Найдите общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.

309. $y'' + 3y' + 2y = 1 - x^2$.

314. $y'' + y' = x^2 + x$.

310. $y'' - y = 6x^2 + 3x$.

315. $2y'' + y' - y = (x - 1)e^{2x}$.

311. $y'' - y' = 5(x + 2)^2$.

316. $y'' - 3y' + 2y = 3e^x$.

312. $y'' + 5y' - 6y = (16 - 12x)e^{-x}$.

317. $y'' - 5y' + 4y = 4\sin x - 2\cos x$.

313. $y'' + 5y' - 6y = 3\sin x$.

Найдите решение задачи Коши.

318*. $y'' + 2y' + y = 10$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 3$.

319*. $y'' - 2y' + 10y = 5e^{3x}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$.

320*. Найдите несколько первых членов разложения в степенной ряд решения данного дифференциального уравнения при указанных начальных условиях.

а) $y' = xy^2 - y$, $y(0) = 1$; б) $y'' = ye^x + 1$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 1$;

в) $y' = y + \frac{x^2}{y}$, $y(0) = 2$; г) $y' = x + y^2$, $y(0) = 1$.

321. Функции спроса и предложения на некоторый товар имеют вид $x = 19 + p + 4 \frac{dp}{dt}$, $x = 28 - 2p + 3 \frac{dp}{dt}$. Найдите зависимость равновесной цены от времени t , если в начальный момент времени цена $p = 20$.

322. Пусть функции спроса и предложения на некоторый товар имеют вид $x = 50 - 2p - 4 \frac{dp}{dt}$, $x = 70 + 2p - 5 \frac{dp}{dt}$. а) Найдите зависимость равновесной цены от времени t , если $p = 20$ в момент времени $t = 0$. б) Найдите $\lim_{t \rightarrow \infty} p$. Является ли равновесная цена устойчивой? в) Постройте график.

323. Пусть функции спроса и предложения на некоторый товар имеют вид $x = 30 - p - 4 \frac{dp}{dt}$, $x = 20 + p + \frac{dp}{dt}$. а) Найдите зависимость равновесной цены от времени, если $p = 7$ в момент времени $t = 0$. б) Найдите $\lim_{t \rightarrow \infty} p$. Является ли равновесная цена устойчивой? в) Постройте график.

324. Численность населения $y(t)$ некоторой страны удовлетворяет дифференциальному уравнению $\frac{dy}{dt} = 0,2y(1 - 10^{-4}y)$, где время t измеряется в годах. В начальный момент времени население составляло 1000 чел. Через сколько лет население увеличится в 4 раза?

325. Численность населения $y(t)$ некоторого острова удовлетворяет дифференциальному уравнению $\frac{dy}{dt} = 0,05y(1 - 10^{-6}y)$, где время t измеряется в годах. В начальный момент времени население составляло 10 тыс. чел. Через сколько лет население увеличится в 10 раз?

Решите систему дифференциальных уравнений.

$$326. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = y - 7x, \\ \frac{dy}{dt} = -2x - 5y. \end{cases}$$

$$329*. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = y, \\ \frac{dy}{dt} = x + e^t + e^{-t}. \end{cases}$$

$$327. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + y, \\ \frac{dy}{dt} = 3x + 4y. \end{cases}$$

$$330**. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2y - 5x + e^t, \\ \frac{dy}{dt} = x - 6y + e^{-2t}. \end{cases}$$

$$328. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 3y, \\ \frac{dy}{dt} = 3x + y. \end{cases}$$

ОТВЕТЫ

1. $12\sin^2 x(2x + \sin 2x)^2$. 2. $\frac{10x^4}{3\sqrt[3]{1+x^5}}$. 3. $-\frac{1}{15\sqrt{(1+x)^3}}$. 4. $\frac{2}{2+e^x}$. 5. $\frac{5\sqrt{\arctg^3 3x}}{1+9x^2}$.
6. $\frac{e^x}{4+(e^x-3)^2}$. 7. $\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$. 8. $\frac{e^x(1+e^x)}{\sqrt{1-e^{2x}}}$. 9. $\frac{2}{\ln 5 \cdot \sin 2x \cdot \log_5 \operatorname{tg} x}$.
10. $2x\cos^2 12x - 12x^2 \sin 24x$. 11. $-\frac{3\sin 6x \sin 4x + 4\cos^2 3x \cos 4x}{4\sin^2 4x}$. 12. $\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x^2\sqrt{1+x^2}}$.
13. $\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{6\sqrt{x(1-x)}} + \frac{4}{3(1+x)\sqrt{x}}$. 14. $e^{(x^2+1)\cos x} (2x\cos x - (x^2+1)\sin x)$.
15. $3x^2 2^{\sin x^3} \cos x^3$. 16. $y = 5x^4 + e^{-x} \arcsin x - \frac{e^{-x}}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{x}{\sqrt{1+x^2}(x+\sqrt{x^2+1})}$.
17. $\frac{1}{2}$. 18. $\frac{1}{3}$. 19. -2 . 20. 6 . 21. 1 . 22. $\frac{3}{4}$. 23. $\frac{1}{3}$. 24. $\frac{1}{12}$. 25. 1 . 26. $\frac{1}{2}$. 27. $\frac{\ln 3}{2}$.
28. $-\ln 2$. 29. $-\frac{1}{4}$. 30. 1 . 31. $\frac{2}{3}$. 32. $\frac{1}{2}$. 33. 1 . 34. $-\frac{1}{3}$. 35. $-\frac{1}{3}$. 36. -2 . 37. $-\frac{1}{12}$.
38. $\frac{1}{3}$. 39. $\frac{1}{\ln 2}$. 40. $\frac{1}{2\ln 5}$. 41. $\frac{1}{15}$. 42. $\frac{x^6}{6} + C$. 43. $\frac{5}{7}\sqrt[5]{x^7} + C$. 44. $C - 2\cos x - \frac{5}{2x^2}$.
45. $\ln|x| - \frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2} + C$. 46. $\frac{12}{31}\sqrt[12]{x^{11}} - \frac{4}{9}\sqrt{x^9} + C$. 47. $\frac{3}{7}\sqrt[3]{x^7} + \frac{3}{4}\sqrt[3]{x^4} + C$.
48. $C - \frac{1}{x} - \frac{2}{\sqrt{x^3}} - \frac{15}{4\sqrt[3]{x^4}}$. 49. $\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\sin x + C$. 50. $\sin x + 5\operatorname{tg} x + C$.
51. $\frac{1}{4}\arctg \frac{x}{2} + C$. 52. $\frac{1}{12}\ln \left| \frac{2x-3}{2x+3} \right| + C$. 53. $\frac{1}{2}\ln \left| x + \sqrt{x^2 - \frac{1}{4}} \right| + C$.
54. $\frac{1}{\sqrt{3}}\ln \left| x + \sqrt{x^2 + \frac{5}{3}} \right| + C$. 55. $\frac{1}{2}\arcsin \frac{2x}{3} + C$. 56. $x + \arctg x + C$. 57. $\operatorname{tg} x - x + C$.
58. $-\operatorname{ctg} x - \operatorname{tg} x + C$. 59. $\ln|x+1| + C$. 60. $x - 6\ln|x+4| + C$. 61. $\frac{5}{12}\sqrt[5]{(3x+5)^4} + C$.
62. $x - \ln|2x+3| + C$. 63. $\frac{1}{5}\sin 5x + C$. 64. $C - \frac{3}{5}\cos \frac{5x}{3}$. 65. $\frac{5^{4x-1}}{4\ln 5} + C$.
66. $\frac{1}{8}e^{8x} - 4e^x - \frac{2}{3}e^{-6x} + C$. 67. $\frac{1}{26}(1+x^2)^{13} + C$. 68. $\frac{1}{2}\arctg x^2 + C$. 69. $\frac{1}{6}e^{3x^2} + C$.
70. $\frac{1}{9}\ln|1+3x^3| + C$. 71. $\frac{1}{3}\ln|x^3 + \sqrt{x^6+7}| + C$. 72. $C - \frac{1}{3}e^{2-x^3}$.

- 73.** $\frac{1}{6}\sqrt{(x^4-5)^3} + C$ **74.** $\frac{1}{8\sqrt{3}}\ln\left|\frac{x^4-\sqrt{3}}{x^4+\sqrt{3}}\right| + C.$ **75.** $\frac{1}{10\sqrt{7}}\ln\left|\frac{x^5-\sqrt{7}}{x^5+\sqrt{7}}\right| + C.$
- 76.** $2e^{\sqrt{x}} + C.$ **77.** $C - e^{\frac{1}{x}}.$ **78.** $C - \frac{1}{5}\cos^5 x.$ **79.** $-\frac{1}{3}\operatorname{arctg}\frac{\cos x}{3} + C.$
- 80.** $\ln\left|\sin x + \sqrt{\sin^2 x - 7}\right| + C.$ **81.** $\frac{1}{4\cos^2 2x} + C.$ **82.** $\frac{5}{18}\sqrt[5]{(3\operatorname{tg} x - 5)^6} + C.$
- 83.** $2\ln|\ln x| + C.$ **84.** $\frac{1}{4}\ln\left|\frac{\ln x - 2}{\ln x + 2}\right| + C.$ **85.** $-\operatorname{ctg}\ln x + C.$ **86.** $\ln\left|e^x + \sqrt{1 + e^{2x}}\right| + C.$
- 87.** $\frac{1}{3\ln 2}\operatorname{arctg}\frac{2^x}{3} + C.$ **88.** $\frac{1}{15}\ln(5e^{3x} + 1) + C.$ **89.** $\frac{2}{3}\sqrt{\operatorname{arctg}^3 x} + C.$
- 90.** $\frac{3}{4}\sqrt[3]{\operatorname{arctg}^4 x + x + \operatorname{arctg} x} + C.$ **91.** $\frac{1}{\sin x - x} + C.$ **92.** $\frac{1}{4}\ln(x^4 + 1) + \frac{1}{2}\operatorname{arctg} x^2 + C.$
- 93.** $\frac{6^x}{\ln 6} + C.$ **94.** $\frac{1}{2\ln 2}2^{2x} + \frac{2}{\ln 6}6^x + \frac{1}{2\ln 3}3^{2x} + C.$ **95.** $-\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}\ln|4 + 2x| + C.$
- 96.** $C - \frac{4}{21}\sqrt[4]{(2-3x)^7}.$ **97.** $3\sqrt{1+x^2} + C.$ **98.** $\frac{1}{3}\ln\left|x^3 + \sqrt{x^6 - 4}\right| + C.$
- 99.** $\frac{1}{28}\ln\left|\frac{x^7-2}{x^7+2}\right| + C.$ **100.** $\arcsin\frac{x}{2} - \sqrt{4-x^2} + C.$ **101.** $\cos\frac{1}{x} + C.$ **102.** $\frac{1}{4}\sin^4 x + C.$
- 103.** $\frac{1}{2}\operatorname{arctg}^2 x + C.$ **104.** $\ln|\arcsin x| + C.$ **105.** $C - \cos e^x.$ **106.** $\frac{1}{\ln 3}\arcsin 3^x + C.$
- 107.** $\frac{1}{5}\ln^5 x + C.$ **108.** $\frac{2}{3}\sqrt{(1+\ln x)^3} + C.$ **109.** $\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{e^x}{2} + C.$ **110.** $C - \frac{6}{7}\sqrt[6]{\operatorname{ctg}^7 x}.$
- 111.** $\frac{1}{2}\ln|x^2 + 2\sin x| + C.$ **112.** $\ln|x+1| + C.$ **113.** $3\ln\left|x-2 + \sqrt{x^2 - 4x + 8}\right| + C.$
- 114.** $3\sqrt{x^2 - 4x - 5} + 5\ln\left|x-2 + \sqrt{x^2 - 4x - 5}\right| + C.$
- 115.** $C - \sqrt{3-2x-x^2} - \arcsin\frac{x+1}{2}.$ **116.** $\sqrt{x^2 + 8x + 7} -$
 $- 6\ln\left|x+4 + \sqrt{x^2 + 8x + 7}\right| + C.$ **117.** $2\ln\left|x^2 + 2x + 5\right| + 2\operatorname{arctg}\frac{x+1}{2} + C.$
- 118.** $(2x-1)e^x + C.$ **119.** $-\frac{1}{4}(2x+1)e^{-2x} + C.$ **120.** $\frac{1}{4}x\sin 4x + \frac{1}{16}\cos 4x + C.$
- 121.** $(2x-1)\cos x - 2\sin x + C.$ **122.** $2x\sin x - x^2\cos x + 2\cos x + C.$
- 123.** $(3x^2 - 5)\sin x + 6x\cos x + C.$ **124.** $\ln|\sin x| - x\operatorname{ctg} x + C.$
- 125.** $x\operatorname{tg} x + \ln|\cos x| + C.$ **126.** $3\sqrt[3]{x}(\ln x - 3) + C.$ **127.** $x\ln^2 x - 2x\ln x + 2x + C.$

- 128.** $x \arcsin 2x + \frac{1}{2} \sqrt{1-4x^2} + C.$
129. $\frac{x^2}{2} \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} x + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x + C.$
- 130.** $x \ln(x^2 + 4) - 2x + 4 \operatorname{arctg} \frac{x}{2} + C.$
131. $x \log_2 x - \frac{x}{\ln 2} + C.$
132. $2e^{\frac{x}{2}} (5 - 2x) + C.$
- 133.** $\frac{1}{9} e^{3x} (15x - 11) e^{3x} + C.$
134. $\frac{3^x}{\ln^2 3} (x \ln 3 + 2 \ln 3 - 1) + C.$
- 135.** $(x^2 - x + 2) e^x + C.$
136. $\frac{3}{2} x \sin 2x + \frac{3}{4} \cos 2x + C.$
- 137.** $\frac{x^2}{2} \ln(x-1) - \frac{1}{4} x^2 - \frac{1}{2} x - \frac{1}{2} \ln(x-1) + C.$
138. $x \arccos x - \sqrt{1-x^2} + C.$
- 139.** $x \ln(4x^2 + 1) - 2x + \operatorname{arctg} 2x + C.$
140. $\frac{x^3 + 1}{x^2 - x} = x + 1 + \frac{x + 1}{x^2 - x}.$
- 141.** $\frac{2x^5 - 8x^3 + 3}{x^2 - 2x} = 2x^3 + 4x^2 + \frac{3}{x^2 - 2x}.$
142. $\frac{5}{2(x-1)} - \frac{11}{x-2} + \frac{21}{2(x-3)}.$
- 143.** $\frac{1}{x} + \frac{1}{(x+2)^3}.$
144. $\frac{2x}{(x^2 + x + 1)} - \frac{1}{(x+2)^2}.$
145. $\frac{x^2}{2} + 4x + 8 \ln|x-1| +$
 $+ 5 \ln|x-3| + C.$
146. $\frac{3}{4} \ln|x+2| + \frac{17}{4} \ln|x-2| - 2 \ln|x-1| + C.$
- 147.** $3x + 2 \ln|x| + \frac{1}{2} \ln|x-1| - \frac{5}{2} \ln|x+1| + C.$
148. $\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + 2x^2 - 4x - \ln|x| +$
 $+ 5 \ln|x+1| + C.$
149. $2 \ln|x-1| - \frac{1}{2(x+1)^2} + C.$
150. $\frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) - \frac{1}{x+1} +$
 $+ \operatorname{arctg} x + C.$
151. $x^2 + 2x - \ln|x+1| + 7 \ln|x-2| + C.$
152. $2x^2 + 2 \ln|x+1| +$
 $+ \ln|x-1| + 3 \ln|x| + C.$
153. $\ln|x+1| + \frac{1}{(x-2)^2} + C.$
154. $\frac{\cos^3 x}{3} - \cos x + C.$
- 155.** $\frac{3}{8} x - \frac{1}{20} \sin 10x + \frac{1}{160} \sin 20x + C.$
156. $\frac{5}{16} x - 2 \sin \frac{x}{4} + \frac{3}{8} \sin \frac{x}{2} + \frac{1}{6} \sin^3 \frac{x}{4} + C.$
- 157.** $-\frac{\cos^3 x}{3} + \frac{\cos^5 x}{5} + C.$
158. $\frac{\cos^8 x}{8} - \frac{\cos^6 x}{6} + C.$
- 159.** $\frac{1}{16} x - \frac{1}{256} \sin 16x - \frac{1}{192} \sin^3 8x + C.$
160. $\frac{\operatorname{tg}^2 x}{2} + \ln|\cos x| + C.$
- 161.** $\operatorname{ctg} x - \frac{1}{3} \operatorname{ctg}^3 x - x + C.$
162. $\frac{1}{6} \cos 3x - \frac{1}{14} \cos 7x + C.$
- 163.** $\frac{1}{8} \sin 4x - \frac{1}{20} \sin 10x + C.$
164. $\frac{2}{3} \cos^3 x - \cos x - \frac{1}{5} \cos^5 x + C.$

165. $\frac{3}{8}x + \frac{1}{8}\sin 4x + \frac{1}{64}\sin 8x + C$. 166. $-\frac{\cos^3 x}{3} + \frac{2\cos^5 x}{5} - \frac{\cos^7 x}{7} + C$.
167. $\frac{3}{128}x - \frac{1}{128}\sin 4x + \frac{1}{1024}\sin 8x + C$. 168. $\frac{1}{16}x - \frac{1}{64}\sin 4x + \frac{1}{48}\sin^3 2x + C$.
169. $\frac{\operatorname{tg}^5 x}{5} - \frac{\operatorname{tg}^3 x}{3} + \operatorname{tg} x - x + C$. 170. $\ln|\sin x| - \frac{1}{2}\operatorname{ctg}^2 x + C$.
171. $\frac{1}{16}\sin 8x + \frac{1}{4}\sin 2x + C$. 172. $\frac{2}{7}\sqrt{(x-1)^7} + \frac{6}{5}\sqrt{(x-1)^5} + 2\sqrt{(x-1)^3} +$
 $+ 2\sqrt{x-1} + C$.
173. $\frac{6}{5}\left(\sqrt[6]{x^5} + 2\sqrt[12]{x^5} + 2\ln|\sqrt[6]{x^5} - 1|\right) + C$.
174. $\frac{3}{2}\sqrt[3]{(x+1)^2} - 3\sqrt[3]{x+1} + 3\ln|1 + \sqrt[3]{x+1}| + C$. 175. $2\sqrt{x} - 4\sqrt[4]{x} + 4\ln|1 + \sqrt[4]{x}| + C$.
176. $-\frac{\sqrt{1-x^2}}{x} - \arcsin x + C$. 177. $\frac{\sqrt{x^2-16}}{16x} + C$. 178. $\frac{x}{4\sqrt{x^2+4}} + C$. 179. $\frac{1}{15}$.
180. $\frac{\pi}{8}$. 181. $\frac{1}{3}$. 182. $\frac{\pi^2}{18} + \ln 2$. 183. $\frac{3}{2}$. 184. $\frac{1}{9} - 2\sin 6 - \frac{1}{9}\cos 6$. 185. $2 - 2\ln 2$.
186. $\frac{1}{4}\ln 2 + \frac{\pi}{8}$. 187. $\frac{231}{10}$. 188. $\frac{\pi}{4}$. 189. 0. 190. $\frac{\pi}{6}$. 191. $\ln \frac{13}{5} - \operatorname{arctg} 5 + \operatorname{arctg} 3$.
192. $7 + 2\ln 2$. 193. $\frac{4}{15}$. 194. $\frac{\pi^2}{8} - \frac{1}{2}\ln 2$. 195. $\frac{1}{9}(2e^3 + 1)$. 196. $-\frac{2}{3} - \frac{3\pi}{4}$.
197. $\frac{1}{2}\operatorname{tg}^2 1$. 198. $\frac{3\pi}{256}$. 199. Расходится. 200. $\frac{1}{2}$. 201. $\frac{\pi}{2}$. 202. $\frac{\pi}{\sqrt{5}}$. 203. $\frac{\pi^2}{8}$.
204. Расходится. 205. Расходится. 206. 1. 207. Расходится. 208. Расходится.
209. Расходится. 210. 6. 211. $\frac{\pi}{2}$. 212. Расходится. 213. $-\frac{1}{4}$. 214. Расходится.
215. 1. 216. 2. 217. Расходится. 218. Расходится. 219. 0,239. 220. 0,0667.
221. 0,091. 222. $20\frac{5}{6}$. 223. 9. 224. 8. 225. а) 2,32%, $\frac{11}{6}$; б) примерно 2,5%, 0,3.
226. а) $C(y) = 0,5y + \sqrt{y} + 6$; б) $C(y) = \frac{2}{3}\sqrt{3y+4} + 0,4y + \frac{14}{3}$;
- в) $C(y) = 0,6y + \frac{1}{3}e^{-3y} + \frac{17}{3}$. 227. а) $C(y) = 0,63y + 4$;
- б) $C(y) = 0,6y + \sqrt{2y+9} + 1$; в) $C(y) = 0,7y + 0,625e^{-1,6y} + 3,375$.
228. а) $60x + 0,02x^2$; б) 11250 руб.; в) 650 руб. 229. 486; 67,5. 230. $\frac{75}{2}$.
231. а) $C(x) = 50x + 0,01x^2 + 2500$; б) 15625; в) 1250.
232. а) $R(x) = 25x - 0,2x^2 - 0,02x^3$, $p = 25 - 0,2x - 0,02x^2$;

б) $R(x) = \frac{2}{3}\sqrt{x^3 + 900} - 20$, $p = \frac{2\sqrt{x^3 + 900}}{3x} - \frac{20}{x}$; в) $R(x) = 5xe^{-\frac{x}{5}}$, $p = 5e^{-\frac{x}{5}}$.

233. 3041. 234. 2700. 235. а) 119,33; б) 2,625. 236. 5,5. 237. Является.

238. Является. 239. Не является. 240. Является. 241. $a = \pm 1$. 242. $a = \frac{1}{2}$.

243. $3\sqrt{y} = \sqrt{x^3} + C$. 244. $2y^2 + x^2 = C$. 245. $y = e^{\frac{C}{x}}$. 246. $\sqrt{(y^2 + 2)^3} = C(x^2 + 1)$.

247. $\sqrt{1 + y^2} + \sqrt{1 + x^2} = C$. 248. $y^2 = 2\ln(3 + e^x) + C$. 249. $y = \frac{C}{\sqrt{e^{2x} + 5}}$.

250. $\sqrt{4 + y^2} = \operatorname{arctg} x + C$. 251. $y^2 = 2\ln(e^x + 3) + C$. 252. $1 + \ln y = \frac{C}{x}$.

253. $x^2 + y^2 = 13$. 254. $2\ln\left|\frac{2}{3}(y+1)\right| = x^2 - 1$. 255. $y = \left(\ln|x| - \frac{1}{2x^2} + C\right)x^3$.

256. $y = \frac{\sin x - x \cos x + C}{x}$. 257. $y = (x+1)^2 \left(\frac{x^2}{2} + x + C\right)$. 258. $y = \sin x + C \cos x$.

259. $y = e^x(x+1)$. 260. $y = \frac{2x-1}{x^3}$. 261. $y = 2 - x^2$. 262. $y = \left(\frac{2}{\pi} - \cos x\right)x$.

263. $y = Cx^2 - x$. 264. $x + y = Cx(2x + y)$. 265. $Cx(3x + y) = x + y$.

266. $2 \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = \ln C \sqrt{x^2 + y^2}$. 267. $\operatorname{arctg} \frac{y}{x} = \ln C \sqrt{x^2 + y^2}$.

268. $y + \sqrt{x^2 + y^2} = Cx^2$. 269. $e^{-\frac{y}{x}} = \ln|Cx|$. 270. $\sqrt{x^2 + y^2} = e^{x \operatorname{arctg} \frac{y}{x}}$.

271. $y^2 = x^2 + 15x$. 272. $\operatorname{arctg} y = 2\sqrt{2 - x^2} + C$. 273. $Cx^5 = y + \sqrt{2x^2 + y^2}$.

274. $y = Cx + \ln x + 1$. 275. $y = Cx - 1$. 276. $\sin \frac{y}{x} = Cx$. 277. $y = Ce^{-\sin x} + \sin x - 1$.

278. $y = Ce^{-e^x} + e^x - 1$. 279. $y = \frac{x^2}{2} \ln|x| + C_1 x^2 + C_2 x + C_3$.

280. $y = -\cos x + C_1 x^{19} + C_2 x^{18} + \dots + C_{20}$. 281. $C_1 x + C_1^2 y = \ln|C_1 x + 1| + C_2$.

282. $9C_1^2 (y - C_2)^2 = 4(C_1 x + 1)^3$. 283. $y = \frac{x^3}{12} + \frac{x^2}{2} + C_1 x \ln|x| + C_2 x + C_3$.

284. $y = \pm \sqrt{C_1 x + C_2}$. 285. $y = \frac{\pi}{4} - \ln|\cos x| - x$. 286. $y = 3x + x^3$. 287. $y = \frac{x^2}{2}$.

288. $2y^2 - 1 = 2x$. 289. $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-2x}$. 290. $y = C_1 e^{2x} + C_2 x e^{2x}$.

291. $y = C_1 + C_2 e^{-2x}$. 292. $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x}$. 293. $y = e^{-x}(C_1 \sin 2x + C_2 \cos 2x)$.

294. $y = e^{2x}(C_1 \sin 2x + C_2 \cos 2x)$. 295. $y = C_1 \sin 2x + C_2 \cos 2x$.

- 296.** $y = C_1 e^{-3x} + C_2 x e^{-3x}$. **297.** $y = C_1 e^x + C_2 e^{-7x}$. **298.** $y = e^{2x} (C_1 \sin x + C_2 \cos x)$.
299. $y = C_1 \sin x + C_2 \cos x$. **300.** $y = e^x - 3x e^x$. **301.** $y_u = Ax^2 + Bx + C$.
302. $y_u = e^{-x} (Ax^2 + Bx + C)x$. **303.** $y_u = A \sin x + B \cos x$. **304.** $y_u = e^{2x} (Ax + B)x^2$.
305. $y_u = Ax + B$. **306.** $y_u = A e^{-2x}$. **307.** $y_u = Ax^2 + Bx$.
308. $y_u = (A \sin x + B \cos x)x$. **309.** $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-2x} - \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{5}{4}$.
310. $y = C_1 e^x + C_2 e^{-x} - 6x^2 - 3x - 12$. **311.** $y = C_1 + C_2 e^x - \frac{5}{3}x^3 - 15x^2 - 50x$.
312. $y = C_1 e^x + C_2 e^{-6x} + e^{-x} (1, 2x - 1, 24)$. **313.** $y = C_1 e^x + C_2 e^{-x} - \frac{21}{74} \sin x - \frac{15}{74} \cos x$.
314. $y = C_1 + C_2 e^{-x} + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x$. **315.** $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{\frac{x}{2}} + \frac{1}{9}(x-2)e^{2x}$.
316. $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x} - 3x e^x$. **317.** $y = C_1 e^x + C_2 e^{4x} + \frac{11}{17} \sin x + \frac{7}{17} \cos x$.
318. $y = -9e^{-x} - 6x e^{-x} + 10$. **319.** $y = e^x \left(-\frac{12}{13} \sin 3x + \frac{8}{13} \cos 3x \right) + \frac{5}{13} e^{3x}$.
320. а) $y \approx 1 - x + x^2 - x^3$; б) $y \approx 2 + x + \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2}x^3$; в) $y \approx 2 + 2x + x^2$;
г) $y \approx 1 + x + \frac{3}{2}x^2 + \frac{4}{3}x^3$. **321.** $p = 3 + 17e^{-3t}$. **322.** а) $p = 15e^{4t} - 5$; б) не является.
323. а) $p = 5 + 2e^{-0,4t}$; б) является. **324.** 8,96. **325.** 47,96.
326. $\begin{cases} x = e^{-6t} (C_1 \cos t + C_2 \sin t), \\ y = e^{-6t} ((C_2 + C_1) \cos t + (C_2 - C_1) \sin t). \end{cases}$ **327.** $\begin{cases} x = C_1 e^t + C_2 e^{5t}, \\ y = -C_1 e^t + 3C_2 e^{5t}. \end{cases}$
328. $\begin{cases} x = e^t (C_1 \cos 3t + C_2 \sin 3t), \\ y = e^t (C_1 \sin 3t - C_2 \cos 3t). \end{cases}$ **329.** $\begin{cases} x = C_1 e^t + C_2 e^{-t} + \frac{t}{2}(e^t - e^{-t}), \\ y = C_1 e^t - C_2 e^{-t} + \frac{1}{2}(e^t - e^{-t}) + \frac{t}{2}(e^t + e^{-t}). \end{cases}$
330. $\begin{cases} x = C_1 e^{-4t} + C_2 e^{-7t} + \frac{7}{40}e^t + \frac{1}{5}e^{-2t}, \\ y = \frac{1}{2}C_1 e^{-4t} - C_2 e^{-7t} + \frac{1}{40}e^t + \frac{3}{10}e^{-2t}. \end{cases}$

Библиографический список

1. Берман, Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа: учебное пособие / Г.Н. Берман. – СПб: Профессия, 2008. – 432 с.
2. Красс, М.С. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: учеб. пособие для вузов / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. – М.: Дело, 2006. – 718 с.
3. Кремер, Н.Ш. Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник для вузов по экон. специальностям / Н.Ш. Кремер и др.; под ред. Н.Ш. Кремера – М.: Юрайт, 2012. – 909 с.
4. Математика для экономистов: от Арифметики до Эконометрики : учеб. пособие для вузов / Н.Ш. Кремер и др.; под общ. ред. Н.Ш. Кремера. – М.: Юрайт, 2014. – 724 с.
5. Математический анализ. Учебник и практикум: учебник для вузов по экон. специальностям / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин. – М.: Юрайт, 2014. – 620 с.
6. Общий курс высшей математики для экономистов: учебник для вузов по экон. специальностям / Б.М. Рудык; под ред. В.И. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 2010. – 655 с.
7. Сборник задач по высшей математике для экономистов: учеб. пособие для вузов по направлению «Экономика» и экон. специальностям / В.И. Ермаков и др.; под ред. В.И. Ермакова; Рос. экон. акад. им. Г.В. Плеханова. – М.: ИНФРА-М, 2008. – 573 с.