

Министерство образования и науки Российской Федерации
Южно-Уральский государственный университет
Кафедра математического и функционального анализа

51(07)
Ш965

С.А. Шунайлова, М.А. Корицова

МАТЕМАТИКА

Часть 2

Сборник задач

Челябинск
Издательский центр ЮУрГУ
2015

УДК 510(022)(076.1)
Ш965

Одобрено
учебно-методической комиссией
факультета математики, механики и компьютерных наук

Рецензенты:
Кипнис М.М., Лепчинский М.Г.

Ш965 **Шунайлова С.А.**
Математика. Часть 2. Сборник задач / С.А. Шунайлова,
М.А. Корицова. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2015. – 27 с.

Сборник содержит задания, предназначенные для проведения практических занятий и организации самостоятельной работы студентов первого курса следующих направлений и специальностей: 38.03.01 «Экономика», 38.03.02 «Менеджмент», 38.03.03 «Управление персоналом», 38.03.05 «Бизнес-информатика», 38.05.01 «Экономическая безопасность», 38.05.02 «Таможенное дело».

Приведенные в сборнике задания соответствуют программе по математическим дисциплинам, изучаемым студентами экономических направлений и специальностей во втором семестре. Для наиболее эффективной организации практических занятий задания разделены на три уровня сложности.

УДК 510(022)(076.1)

© Издательский центр ЮУрГУ, 2015

Введение в математический анализ

Найдите область определения функции¹.

1. $y = \frac{1}{x+2} + \frac{3}{2x-1}$.

2. $y = \sqrt[3]{\frac{x}{x+2}}$.

3. $y = \sqrt{4-x^2}$.

4. $y = \sqrt{x-5} + \sqrt{2-x}$.

5. $y = \sqrt{x^2 + 10x + 16}$.

6*. $y = \arccos(2x+1)$.

7. $y = \ln(2-x)$.

8. $y = \log_2(4-x) - \log_3(x+7)$.

9. $y = \log_2(3-x) + 2\log_x 5$.

10*. $y = \frac{1}{\ln(1-x)} + \sqrt{x+2}$.

11*. $y = \frac{\log_5(x^2+4x)}{\sqrt{9-x^2}}$.

12**. $y = \sqrt{\log_5 \frac{1-2x}{x+3}}$.

13**. $y = \lg \cos x$.

Установите четность или нечетность функции.

14. $y = \cos 2x + x \sin x$.

15*. $y = |x| - 3$.

16*. $y = |x+1| + 2$.

17. $y = \log_2(x^2 - 4)$.

18*. $y = x^2 \sin 3x$.

19*. $y = \cos 2x + \operatorname{tg}^2 x$.

20*. $y = |\cos^3 x|$.

21**. $y = \frac{|x|+1}{(1+x^2)\sin x}$.

22*. $y = \ln \frac{1-x}{1+x}$.

Постройте линии, заданные уравнениями.

23. $y = 2x + 8$.

24. $y = |2x-1|$.

25. $y = x^2 - 5x + 6$.

26*. $y = x^2 - 5|x| + 6$.

27*. $y = |x^2 - 5x + 6|$.

28*. $|y| = x - 1$.

29**. $|y| = x^2 + 3x + 2$.

30. $y = \frac{2}{x-1}$.

31*. $y = \frac{x+5}{x+1}$.

32*. $y = \sqrt{4x+8}$.

33. $y = \sin 3x$.

34*. $y = 3\cos 2x - 4$.

35. $y = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$.

36. $y = 2^{x+1}$.

37. $y = \log_2(x-1)$.

38**. $|y| = \log_2 x$.

Вычислите пределы функций.

39. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 - 2x - 1}{x^4 + 4x^2 - 5}$.

40. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 2x + 10}{x^5 - x^2 - 5}$.

41. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 2x - 1}{2x^4 + 4x^2 - 5}$.

42. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 7x + 6}{x^2 + 4x + 7}$.

¹ Знаками «*» и «**» отмечены задачи, имеющие средний и повышенный уровни сложности, соответственно.

43. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 - 2x - 1}{x^4 + 4x^2 - 5}$.
44. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - x + 7}{x^2 + x - 3}$.
45. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x + 4}{x^2 + 2x - 1}$.
46. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x - 1}{x^4 + 4x^2}$.
47. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x - 1}{x^3 + 8}$.
48. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 4x - 5}$.
49. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - x - 2}{x^2 - 4x + 3}$.
50. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x^2 - 4x + 4}$.
- 51*. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x - 1}{x^4 + 4x^2 - 5}$.
- 52*. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2x^2 - 3x - 2)^2}{x^3 + x^2 - 3x - 6}$.
- 53*. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 5x^2 + 7x - 3}{x^3 - 4x^2 + 5x - 2}$.
54. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{3x + 1}}{x^2 + x}$.
55. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x + 5} - 2}$.
56. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{\sqrt{x + 8} - 3}$.
57. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{10 + 2x} - \sqrt{1 - x}}{x^2 + x - 6}$.
- 58*. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{1 + 4x} - 3}{\sqrt{1 + x} - \sqrt{3}}$.
59. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1 - x} - \sqrt[3]{1 + x}}{x}$.
60. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{10 + x} - \sqrt{1 + x})$.
61. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x + 3} - \sqrt{x + 1})$.
62. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 + 2})$.
63. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{\frac{5}{x}}$.
- 64*. $\lim_{x \rightarrow 1} (2x - 1)^{\frac{1}{x-1}}$.
65. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x + 2}{4x - 1} \right)^{\frac{x+1}{3}}$.
66. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x - 2}{3x + 5} \right)^{4x+1}$.
67. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 - x + 7}{2x^2 - x - 1} \right)^{-2x+1}$.
68. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + x - 7}{x^2 - 3x - 1} \right)^{4x+1}$.
- 69*. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{4x + 2}{3x - 7} \right)^{x-5}$.
- 70*. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{5x^2 + 7}{2x^2 - 3x} \right)^{1-x}$.
- 71*. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{x^2 - 7}{2x^2 - x - 1} \right)^{2x+1}$.
- 72*. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{2x - 7}{8x - 1} \right)^{3-2x}$.
73. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{\operatorname{arctg} 7x}$.
74. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x}$.
75. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x}{\sin 2x}$.

$$76. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{x^2 + 3x}.$$

$$77. \lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \operatorname{ctg} 3x.$$

$$78. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 5x}{x(e^{3x} - 1)}.$$

$$79. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{e^{3x^2} - 1}.$$

$$80^*. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln^4(1 - 2x)}{(1 - \cos x)^2}.$$

$$81^*. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin^3 2x}{(1 - \cos 5x)^2}.$$

$$82^*. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos 7x - \cos 3x}.$$

$$83^*. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \arcsin 3x}{\operatorname{tg}(\pi(x+1))}.$$

$$84^*. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\log_5 x - 1}{x - 5}.$$

$$85^*. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x-2)}{x^2 - 4}.$$

$$86^{**}. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2^x - 8}{\sin \pi x}.$$

$$87^{**}. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sin x + \sin 1}{x + 1}.$$

$$88^{**}. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (1 - \sin x) \operatorname{tg}^2 x.$$

$$89^*. \lim_{x \rightarrow -5} \frac{x+5}{3} \operatorname{tg} \frac{\pi x}{10}.$$

$$90^*. \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \ln(1+x))^{\frac{2}{x}}.$$

$$91^*. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 3x}{\sin 2x}.$$

Вычислите пределы числовых последовательностей.

$$92. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+2} \cdot \cos(n+n^2).$$

$$93^*. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}) \cdot \cos n.$$

$$94. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+2}{n^2+n+3} \cdot \sin \frac{1}{n}.$$

$$95^*. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + \sin n}{2n + \sin n}.$$

$$96^*. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 5^n}{3^n + 7^n}.$$

$$97^*. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! + (n+1)!}{(n+2)! + (n+3)!}.$$

$$98. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n}{\sqrt{n^2+1} + \sqrt{n^2+2}}.$$

$$99. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - n} - n).$$

$$100. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{2n+1} - \sqrt{2n}).$$

$$101^{**}. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n + \sqrt{n + \sqrt{n}}} - \sqrt{n}).$$

$$102^*. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^3 + n^2 + 1} - \sqrt[3]{n^3 - n^2 + 1})$$

$$103. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+1}{3n-2} \right)^n.$$

$$104. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n}{3n+1} \right)^n.$$

$$105^*. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2} \cdot \sin n!}{n+2}.$$

$$106^*. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot 3^n + 1}{2 - 5 \cdot 3^n}.$$

Докажите, что последовательности являются бесконечно большими.

$$107^{**}. a_n = n^3 - 1.$$

$$108^{**}. a_n = 2^n - n.$$

$$109^{**}. a_n = (-1)^n n.$$

Докажите, что последовательности являются монотонными и ограниченными.

$$110^{**}. a_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}.$$

$$111^{**}. a_n = \frac{n^2 + n + 1}{n^2 + 2n + 1}.$$

Исследуйте функцию на непрерывность, классифицируйте точки разрыва (если они существуют). Постройте схематически график.

$$112. y = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x}{x - 2}, & x \neq 2; \\ 0, & x = 2. \end{cases}$$

$$118. y = \begin{cases} \frac{x+2}{x^2 - 2x}, & x \neq 0 \text{ и } x \neq 2; \\ 3, & x = 0; \\ 1, & x = 2. \end{cases}$$

$$113^*. y = \begin{cases} \operatorname{arctg} \frac{1}{4-x}, & x \neq 4; \\ 3, & x = 4. \end{cases}$$

$$119^*. y = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0, \\ \frac{x}{2}, & x = 0. \end{cases}$$

$$114. y = \begin{cases} \frac{3x-1}{x+3}, & x \neq -3; \\ 5, & x = -3. \end{cases}$$

$$120^{**}. y = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

$$115. y = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x}{x - 4}, & x \neq 4; \\ -1, & x = 4. \end{cases}$$

$$121. y = \begin{cases} x+2, & x < 0, \\ x^2 - 1, & x \geq 0. \end{cases}$$

$$116. y = \begin{cases} \frac{|x-2|}{x-2}, & x \neq 2; \\ 0, & x = 2. \end{cases}$$

$$122. y = \begin{cases} x, & x \leq -1, \\ \frac{3}{x+1}, & x > -1. \end{cases}$$

$$117. y = \begin{cases} \frac{1}{x-2}, & x \neq 2, \\ 5, & x = 2. \end{cases}$$

$$123. y = \begin{cases} x+4, & x \leq -2, \\ 3x+8, & x > -2. \end{cases}$$

Числовые ряды

Используя определение, исследуйте ряды на сходимость. Для сходящихся рядов найдите суммы.

$$124^{**}. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}.$$

$$128. \sum_{n=1}^{\infty} 2^n.$$

$$125^{**}. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}.$$

$$129^*. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 2^n}{6^n}.$$

$$126^{**}. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}.$$

$$130^*. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 3^n - 5^n}{15^n}.$$

$$127. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5^n}.$$

Исследуйте ряды на сходимость.

$$131. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{1000n+1}.$$

$$132. \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n+1}{n}}.$$

$$133. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+2}{3n^2+2n+1}.$$

$$134. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n+5)^2}.$$

$$135. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4+2}{5n^2-2n+4}.$$

$$136. \sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{2}{3n}.$$

$$137^*. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+(-1)^n}{n^3}.$$

$$138^*. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+(-1)^n}{n}.$$

$$139^*. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}(n+3)}{\sqrt{n^5+2n-1}}.$$

$$140^*. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{n\sqrt{n}}.$$

$$141^*. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5+\sin n^2}{\sqrt[3]{n}}.$$

$$142^*. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{\cos \sqrt{n}}}{\sqrt{n^2+1}}.$$

$$143^*. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{\cos n}}{3n-1}.$$

$$144^*. \sum_{n=1}^{\infty} \arcsin \frac{\pi}{2^n}.$$

$$145. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10n-5}{n^3-3n+4}.$$

$$146. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)^3}.$$

$$147. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5}{(n+10)(n+20)}.$$

$$148^{**}. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}^5 \frac{\pi}{n+2}.$$

$$149^*. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+3}{n^2+3} \right)^3.$$

$$150^*. \sum_{n=1}^{\infty} 5 \sqrt{\frac{(n+100)^3}{(n+1)^2(n+3)^{11}}}.$$

$$151. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\sqrt{n^2+1}}.$$

$$152^*. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 \frac{\pi n}{3}}{3^n+2}.$$

$$153. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2}.$$

$$154. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{n(n+1)}{3^n}.$$

$$155. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^3+5)2^n}{(n+1)!}.$$

$$156. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5^n(n+1)}.$$

$$157. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n+1}}{(4n+3)}.$$

$$158^{**}. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n}}{(2n+1)!}.$$

$$159^{**}. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(2n)!}.$$

$$160. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n+1)5^n}.$$

$$161^{**}. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^n}.$$

$$162. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5n+4}{3n^2} \right)^n.$$

$$163^*. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{2n+1} \right)^{n(n+1)}.$$

$$164^*. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+5}{2n+7} \right)^{-3n^2}.$$

$$165^*. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{n^2}.$$

$$166. \sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{2n+5}{n+1} \right)^{2n}.$$

$$167^*. \sum_{n=1}^{\infty} \arcsin^n \frac{\pi}{4n+25}.$$

$$168. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5n^2-4}{3n^2+4} \right)^n.$$

$$169^*. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5n^3+1}{2n^3+5} \right)^{n^2}.$$

$$170^*. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+1}{4n-1} \right)^{n^2}.$$

$$171^*. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^{n^2}}.$$

Исследуйте ряды на абсолютную и условную сходимость.

$$172. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(3n+1)}{n^5+3n-2}.$$

$$173. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n^3+5}}.$$

$$174. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{6n-4}}.$$

$$175. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n^2}{(n+5)^2}.$$

$$176. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n(n+1)}{3^n}.$$

$$177. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(n+5)^{\frac{1}{3}}}.$$

$$178. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^2}{3n^2+3}.$$

$$179. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} (2n-1)}{(n+5)^2}.$$

$$180^*. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n}{(n+2)!}.$$

$$181. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n^2+1}{3^n}.$$

$$182^*. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-5)^n}{4^{n+1}}.$$

$$183^*. \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{2} \right)^n \frac{n}{n+1}.$$

Вычислите сумму ряда с точностью α .

$$184. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{3n^2}, \alpha = 0,01.$$

$$185. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n!}, \alpha = 0,01.$$

$$186. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n)^3}, \alpha = 0,001.$$

$$187. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n!(2n+1)}, \alpha = 0,001.$$

Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Вычислите производные функций.

$$188. y = 2x^2 - \frac{1}{x} + 3\sqrt[3]{x} + 10.$$

$$189. y = \frac{2x+1}{x^5}.$$

$$190. y = 3^x + 5 \operatorname{tg} x.$$

$$191. y = 2^x \operatorname{arctg} x.$$

$$192. y = \frac{\operatorname{arctg} x}{3}.$$

$$193. y = \frac{\arcsin x}{x^3 - 3x}.$$

$$194. y = \frac{x^2}{\operatorname{arctg} x}.$$

$$195. y = \frac{3}{x^2 + 1}.$$

$$196. y = \frac{1}{\log_2 x}.$$

$$197. y = \frac{8^x}{\sqrt[3]{x^2}}.$$

$$198. y = x \ln x + \arcsin \sqrt{x}.$$

$$199. y = \frac{7x^2 - 3x}{\log_2 x}.$$

$$200. y = \sqrt{\operatorname{arctg} x}.$$

$$201^*. y = \ln \operatorname{tg} \frac{2x+1}{4}.$$

$$202. y = \sqrt{5x^3 + 9 \operatorname{tg} x}.$$

$$203. y = \frac{1}{\sqrt{2}} \arcsin \sqrt{2x}.$$

$$204. y = (x^3 + \sin x) \log_3^2 x.$$

$$205. y = \frac{3 \cos^2 x}{x^2 - 7x + 2}.$$

$$206. y = \frac{\operatorname{arctg} x}{\operatorname{arctg} 2}.$$

$$207. y = e^{8x^2+3} \operatorname{ctg} x.$$

$$208^*. y = \ln \sqrt{\frac{1-x^2}{1+x^2}}.$$

$$209. y = \sin 2x - \cos^2 x.$$

$$210. y = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 x + \frac{1}{6} \operatorname{tg}^3 2x + \frac{1}{2} \operatorname{tg} 2x.$$

$$211. y = \sqrt{3x + \cos 3x}.$$

$$212^*. y = \operatorname{tg}^8 \frac{x}{8}.$$

$$213^*. y = \ln \left(x + \sqrt{x^2 - 3} \right).$$

$$214. y = \ln \frac{x+2}{x-2}.$$

$$215^*. y = 3^{\cos^2 x}.$$

$$216^*. y = \ln 2^{\sin^2 x}.$$

$$217. y = \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2}}.$$

$$218. y = \frac{1}{6\sqrt{2}} \arcsin \frac{x^3}{\sqrt{8}}.$$

$$219. y = \ln \ln x.$$

$$220. y = \ln \frac{x^2}{1-x^2}.$$

$$221^*. y = \ln \left(3x^2 + \sqrt{9x^4 + 1} \right).$$

$$222. y = \frac{1}{2} \left(x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x \right).$$

$$223. y = \frac{1}{2} e^{x^2} (\sin 2x + \cos 2x).$$

$$224. y = \frac{2^x}{\ln 2} \left(\ln x - \frac{1}{x} \right).$$

$$225^*. y = \frac{1}{6} \sin^3 x^2.$$

$$226^*. y = \frac{3}{\left(1 + \cos \frac{x}{3} \right)^2}.$$

227. $y = 2^{3x^2} + \ln \sin x$.

228. $y = \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}$.

229*. $y = \ln \sin(3x + 2)$.

230. $y = \frac{e^{-x^2}}{x-3}$.

231*. $y = \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} + \ln \sqrt{1-x^2}$.

232**. $y = \ln \operatorname{arctg} \sqrt{1+x^2}$.

233**. $y = (\sin x)^{\cos x}$.

234**. $y = (x+1)^{\frac{2}{x}}$.

235**. $y = (x^2 + 1)^{\sin x}$.

236**. $y = \frac{(x-2)^2 \sqrt[3]{x+1}}{(x-5)^3}$.

237**. $y = \sqrt[3]{\frac{x(x^2+1)}{(x^2-1)^2}}$.

238**. $y = \sqrt{x \sin x \sqrt{1-e^x}}$.

Найдите производную функции $y = f(x)$ в точке x_0 .

239. $y = \frac{\arccos 4x}{8x+1}, x_0 = 0$.

241. $y = e^{8x-5x^2} \cdot \sin 3x, x_0 = 0$.

240. $y = \sqrt{5x^2 - 3x + 2}, x_0 = 1$.

242. $y = \frac{\log_2 x}{x^2 + 3}, x_0 = 1$.

Найдите производные второго порядка функций.

243. $y = \sin^2 x$.

246. $y = \frac{x+3}{2x-1}$.

244. $y = \frac{3}{3x^2 - 5}$.

247. $y = \operatorname{arctg} x$.

245. $y = \operatorname{tg} x$.

248. $y = 2^{5x-3}$.

Найдите указанные производные.

249. $y = x \ln x, y'''$.

251*. $y = \arcsin x, y^{IV}$.

250. $y = xe^{-x}, y'''$.

Найдите производные n -го порядка функций.

252. $y = \sin x$.

254. $y = 2^x + 2^{-x}$.

253. $y = \ln x$.

255. Покажите, что функция $y = e^x + 2e^{2x}$ удовлетворяет уравнению $y''' - 6y'' + 11y' - 6y = 0$.

256*. Исследуйте функцию $y = |x+3|$ на дифференцируемость в точке $x = -3$, используя определение дифференцируемости функции в точке.

257**. Исследуйте функцию $y = |\ln x|$ на дифференцируемость в точке $x = 1$, используя определение дифференцируемости функции в точке.

Составьте уравнения касательной и нормали к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой x_0 .

258. $y = 4 + x^2$, $x_0 = 2$.

260. $y = \frac{8}{4 + x^2}$, $x_0 = 2$.

259. $y = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 1$, $x_0 = 3$.

261*. Составьте уравнения касательных к графику функции $y = 4x - x^2$ в точках пересечения с осью Ox .

262*. Составьте уравнение нормали к линии $y = 2 - \sqrt{x}$ в точке ее пересечения с биссектрисой первого координатного угла.

263**. Покажите, что касательные, проведенные к гиперболе $y = \frac{x-4}{x-2}$ в точках ее пересечения с координатными осями, параллельны между собой.

264**. Докажите, что касательные к линии $y = \frac{1+3x^2}{3+x^2}$, проведенные в точках, для которых $y = 1$, пересекаются в начале координат.

Найдите интервалы монотонности и точки экстремума функции.

265. $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 9$.

273. $y = xe^{3x}$.

266. $y = x^2(x-2)^2$.

274*. $y = \frac{e^{x^2}}{x}$.

267**. $y = 1 - \sqrt[3]{x^2 - 2x}$.

275*. $y = x \cdot e^{x-x^2}$.

268**. $y = 1 - \sqrt[3]{(x-2)^2}$.

276. $y = x - \ln x$.

269. $y = 2x^3 - 3x^2 - 4$.

277. $y = \frac{\ln x}{x}$.

270. $y = (x+1)^2(x-1)^2$.

278*. $y = \frac{x^4}{x^3 - 1}$.

271. $y = x + \frac{1}{x-1}$.

272. $y = \frac{3x^2 + 4x + 4}{x^2 + x + 1}$.

279**. Найдите все значения параметра a , при которых функция $y = 2x^5 + 5ax^4 + 10x^3$ является всюду возрастающей.

Найдите наибольшее и наименьшее значения функций на заданных отрезках.

280. $y = 3 + 2x^2 - 8x^4$, $[-2; 0]$.

283. $y = x + \frac{1}{x}$, $[0,01; 100]$.

281. $y = x - 2\ln x$, $[1; e]$.

284. $y = 2x^2 - \sqrt{x}$, $[0; 4]$.

282. $y = x - 2\sqrt{x}$, $[2; 4]$.

285. $y = 2^x$, $[-1; 5]$.

$$286. y = \frac{x^2}{3x-6}, \quad [3; 5].$$

$$288. y = x^2 e^{-x}, \quad [-1; 4].$$

$$287^*. y = x - \sin x, \quad \left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right].$$

Найдите точки перегиба и промежутки выпуклости графика функции.

$$289. y = 6x - x^3.$$

$$295. y = (1 + 2x^2)e^x.$$

$$290. y = x^3 - 6x^2 + 2x + 1.$$

$$296^*. y = \sqrt[3]{x}(1+x).$$

$$291. y = x^4 + 2x^3 - 12x^2 - 5x + 2.$$

$$297^{**}. y = \sqrt[3]{1-x^2}.$$

$$292. y = x^4 - 8x^3 + 18x^2 - 4x.$$

$$298^*. y = x^2 \ln x.$$

$$293^*. y = 2x^2 + \ln x.$$

$$294. y = x + \frac{6}{x}.$$

299^{**}. При каком значении a кривая $y = x^3 + ax^2 + 1$ имеет перегиб при $x = 1$?

300^{**}. При каком значении a кривая $y = x^4 + ax^3 + \frac{3}{2}x^2 + 1$ будет иметь выпуклость вниз на всей числовой прямой?

301*. Как разбить число 5 на два неотрицательных слагаемых, чтобы сумма их кубов была наименьшей?

302*. Из прямоугольного листа картона размером $2,4 \times 1,5$ м² требуется изготовить коробку без крышки. Какова должна быть сторона квадратов, вырезанных из четырёх углов листа, чтобы объём полученной коробки был максимальным? Чему равен объём такой коробки?

303*. Чтобы огородить клумбу, которая имеет форму кругового сектора, имеется гибкая ограда длиной 20 м. Каким следует взять радиус круга, чтобы площадь клумбы была наибольшей?

304*. Если собрать урожай в начале августа, то с каждой сотки можно получить 200 кг раннего картофеля и реализовать его по 12 руб. за килограмм. Отсрочка уборки на каждую неделю ведет к увеличению урожайности на 50 кг с одной сотки, но цена картофеля за килограмм при этом падает на 2 руб. Когда следует собрать картофель, чтобы доход от его продажи был максимальным, если срок уборки составляет 5 недель?

305. Требуется огородить прямоугольную площадь вдоль уже выстроенной стены. Стоимость ограждения стороны, параллельной стене, равна 60 руб. за метр; стоимость ограждения двух других сторон составляет 90 руб. за метр. Какая максимальная площадь может быть огорожена, если имеется всего 10 800 руб.?

306. Прямоугольный участок разделен перегородкой, параллельной меньшей из сторон прямоугольника. Стоимость установки внешнего ограждения составляет 900 руб. за метр, а перегородки – 1600 руб. за метр. Общая площадь участка 153 м^2 . Определите размеры участка, стоимость строительства ограждения которого была бы наименьшей.

307**. Каковы должны быть размеры бассейна с квадратным дном объемом 32 м^3 , чтобы на его облицовку пошло как можно меньше материала?

308. Зависимость дохода I и издержек C от объема производства x задается функциями следующего вида: $I(x) = -2x^2 + 20x$, $C(x) = x^3 - 35x^2 + 140x$. Производственные мощности позволяют производить до 25 единиц продукции. При каком объеме производства прибыль максимальна?

309. Издержки производства некоторой продукции определяются функцией $5x^2 + 80x$, где x – число единиц произведенной за месяц продукции. Эта продукция продается по цене 280 руб. за изделие. Сколько изделий нужно произвести и продать, чтобы прибыль была максимальной?

310*. Функция спроса на товар имеет вид $P = 7 - \sqrt{Q} + 5$, функция издержек $TC = 4,25Q + 0,0125$. Найдите: а) объем производства Q , максимизирующий выручку TR , соответствующие цену товара и величину выручки; б) цену и количество товара, максимизирующие прибыль π .

Вычислите пределы, используя правило Лопиталья.

$$311. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos x}{x - \pi}.$$

$$318*. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\ln(x-5)}{\ln(e^x - e^5)}.$$

$$312. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 3x^2 - 2}{x^3 - 4x^2 + 5}.$$

$$319. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\ln \sin x}.$$

$$313. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)}.$$

$$320*. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \sin 2x}{\ln \sin x}.$$

$$314*. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \frac{x^3}{6} - \frac{x^2}{2} - x - 1}{\cos x + \frac{x^2}{2} - 1}.$$

$$321*. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\operatorname{ctg}(x-1)}{\ln(1-x)}.$$

$$322. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log_2(3x+1)}{\sqrt[3]{x}}.$$

$$315*. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\pi - 2 \operatorname{arctg} x}{\frac{3}{e^x - 1}}.$$

$$323*. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 3^x}{x + \operatorname{arctg} x}.$$

$$316. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2}.$$

$$324*. \lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{-x}.$$

$$317. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^3}.$$

$$325*. \lim_{x \rightarrow 0} (\arcsin x \cdot \operatorname{ctg} x).$$

$$326^*. \lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}.$$

$$327^*. \lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} \pi x.$$

$$328^*. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \cos x \operatorname{ctg} 5x.$$

$$329^{**}. \lim_{x \rightarrow +0} x^2 \log_2 x.$$

$$330^*. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{x}{x-1} \right).$$

$$331. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\operatorname{ctg} x - \frac{1}{x} \right).$$

$$332^*. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x \sin x} - \frac{1}{x^2} \right).$$

$$333^{**}. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\pi - 2x)^{\cos x}.$$

$$334^{**}. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\operatorname{tg} x)^{2x-\pi}.$$

$$335^{**}. \lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 3^x)^{\frac{1}{x}}.$$

$$336^{**}. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\sin 2x)^{\frac{1}{x-\frac{\pi}{4}}}.$$

$$337^{**}. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} \right)^{\operatorname{tg} x}.$$

Найдите асимптоты графика функции.

$$338. y = \frac{17 - x^2}{x - 5}.$$

$$339. y = \frac{2x^2 - 3x - 1}{2 - 4x^2}.$$

$$340. y = \frac{4x^2 + 9}{4x + 8}.$$

$$341. y = \frac{3}{x^2 - 2x}.$$

$$342^{**}. y = 2x + \operatorname{arctg} x.$$

$$343^{**}. y = x \operatorname{arctg} x.$$

$$344^*. y = x^2 e^{2x}.$$

$$345^{**}. y = \ln(4 - x^2).$$

$$346^{**}. y = \sqrt{x^2 + 3x + 2}.$$

$$347^{**}. y = \frac{\sqrt{1+x^2}}{x+1}.$$

Проведите полное исследование функции и постройте ее график.

$$348. y = 3x - x^3.$$

$$349. y = (x-1)^2 (x-3)^2.$$

$$350. y = 2x^2 - 2 - x^3.$$

$$351. y = (2x+1)^2 (2x-1)^2.$$

$$352^*. y = \frac{x^3 + 3x^2}{4} - 5.$$

$$353^*. y = \frac{x^3 + 4}{x^2}.$$

$$354^*. y = \frac{3-2x}{(x-2)^2}.$$

$$355^*. y = x^2 \ln x.$$

$$356^*. y = (x-4)e^{x-1}.$$

$$357^{**}. y = \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{(x-1)^2}.$$

$$358^*. y = \frac{4x^2}{3+x^2}.$$

$$359^*. y = \frac{x^3}{2(x+1)^2}.$$

$$360^*. y = \frac{1-x^3}{x^2}.$$

$$361^{**}. y = x\sqrt{1-x}.$$

$$362^*. y = \frac{e^x}{x}.$$

$$363^{**}. y = \ln \frac{x-1}{x}.$$

Функции нескольких переменных

Найдите область определения функции двух переменных и изобразите ее на координатной плоскости.

$$364. z = \frac{\ln x}{\sqrt{4-x^2-y^2}}.$$

$$369. z = \frac{\sqrt{x-y}}{\sqrt{3-x^2-y^2}}.$$

$$365. z = \ln(-x-y).$$

$$370. z = \frac{1}{x} \sqrt{x-y^2}.$$

$$366. z = \sqrt{1-x^2} + \sqrt{y^2-1}.$$

$$371. z = \sqrt{(y^2-1)(x+1)}.$$

$$367. z = \ln x + \ln \sin y.$$

$$368. z = \sqrt{1-x^3} + \ln(y^2-1).$$

Найдите частные производные первого порядка функций.

$$372. z = 3x^3 - 5xy^2 + 4x^2y - 2x + 3y^2.$$

$$376. z = (x \sin y + y \cos x)^2.$$

$$373. z = \frac{x+2y}{3x^2-4xy}.$$

$$377. z = \frac{\cos x^2}{x+y}.$$

$$374. z = \sqrt{7xy^2 + 4x - 2y}.$$

$$378^*. z = x^y.$$

$$375. z = \frac{8x^3-3}{9xy^2+4x+y}.$$

$$379^*. z = \operatorname{arctg} \sqrt{x^y}.$$

Найдите частные производные второго порядка функций.

$$380. z = 7x^4y - 3xy^3 + 2x - 3y + 7.$$

$$385. z = \ln(\sqrt{x} + y^2).$$

$$381. z = y^5 - 3x^4 + 3xy + 2x - 3.$$

$$386. z = \ln(1+x) \cdot \ln(1+y^3).$$

$$382. z = \ln \frac{x}{y}.$$

$$387^*. z = x^y.$$

$$383^*. z = \operatorname{arctg} \frac{x}{y^2}.$$

$$388. u = \frac{x}{x+y}.$$

$$384^*. z = 2^{y \sin x}.$$

$$389. u = e^{3x^2+2y^2-xy}.$$

$$390. \text{Проверьте равенство } \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} \text{ для функции } z = x^{y^2}.$$

391. Покажите, что функция $z = \sqrt{x} \cos \frac{x}{y}$ удовлетворяет равенству

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{2}.$$

392. Покажите, что функция $z = y \ln(x^2 - y^2)$ удовлетворяет равенству $\frac{1}{x} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{y^2}$.

393*. Покажите, что функция $z = \ln(e^x + e^y)$ удовлетворяет равенству $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right)^2 = 0$.

394. Найдите $\frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial y}$ если $u = x \ln(xy)$.

395. Найдите $\frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2}$ если $u = x^4 (y - 2)^3$.

Найдите градиент функции $z = f(x, y)$ в точке M_0 и производную функции в точке M_0 по направлению вектора \vec{a} .

396. $z = x^2 - 2xy - 3y + 5$, $M_0(1; 2)$, $\vec{a} = \{3; 4\}$.

397. $z = x^2 e^y$, $M_0(2; 0)$, $\vec{a} = \{-4; 3\}$.

398. $z = x^2 \sin y$, $M_0\left(\frac{5}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$, $\vec{a} = \{-1; 1\}$.

399. $z = e^{xy} + 2\sqrt{x}$, $M_0(4; 0)$, $\vec{a} = \{1; 2\}$.

400*. Найдите угол между градиентами функций $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ и $z = x - 3y + \sqrt{3xy}$ в точке $(3; 4)$.

401**. Найдите точки, в которых модуль градиента функции $z = (x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}$ равен 2.

402*. Найдите точки, в которых градиент функции $z = \ln\left(x + \frac{1}{y}\right)$ равен $\vec{i} - \frac{16}{9}\vec{j}$.

Найдите экстремумы функции.

403. $z = x^2 + 3y^2 - 9xy + 2x - 5y + 5$.

406. $z = x^2 + y^2 - 9xy + 9x - 6y$.

404. $z = 3 - 2x^2 - xy - 3y^2 + 2y$.

407. $z = 5x^2 + 4xy + 2y^2 + x$.

405. $z = 3x^2 - x^3 + 3y^2 + 4y$.

408*. $z = x^3 + y^3 - 15xy$.

409. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ в прямоугольнике, ограниченном прямыми $x = 0$, $y = 0$, $x = 1$, $y = 2$.

410. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $z = xy + x + y$ в замкнутой области, заданной условиями $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x + y \leq 3$.

411. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + 2y^2 + 1$ в квадрате, ограниченном прямыми $x = 1$, $y = 2$, $x = 2$, $y = 3$.

412*. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 y(4 - x - y)$ в треугольнике, ограниченном прямыми $x = 0$, $y = 0$, $x + y = 6$.

413*. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $z = 10 + 2xy - x^2$ в замкнутой области, заданной условием $0 \leq y \leq 4 - x^2$.

414*. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 - y^2$ в круге $x^2 + y^2 \leq 4$.

415*. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + y^2 - 12x$ в круге $x^2 + y^2 \leq 25$.

416**. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $z = \sin x + \sin y + \sin(x + y)$ в замкнутой области, заданной условиями $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, $0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}$.

Степенные ряды

Найдите радиус сходимости, интервал сходимости и область сходимости степенного ряда.

$$417. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(7x)^n}{n!}.$$

$$424. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{5^n (x-3)^n}{2^n}.$$

$$418. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{(2n-1)!}.$$

$$425*. \sum_{n=0}^{\infty} 3^n (x-1)^n.$$

$$419. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}.$$

$$426. \sum_{n=0}^{\infty} n! (x-1)^n.$$

$$420. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(n+1)(n+5)}.$$

$$427. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^n}.$$

$$421. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n}.$$

$$428*. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(2n-1)^{2n}}.$$

$$422. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{2^n}.$$

$$429. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+4)^n}{3n-2}.$$

$$423. \sum_{n=0}^{\infty} (x-2)^n.$$

$$430*. \sum_{n=1}^{\infty} n(3x)^n.$$

431*. Разложите по степеням $x-1$ функцию $y = x^4 + x^2$.

432**. Разложите по степеням $x+1$ функцию $y = \frac{1}{x}$ и определите область сходимости получившегося ряда.

433*. Разложите по степеням $x-1$ функцию $y = \ln x$ и определите область сходимости получившегося ряда.

Разложите функции в ряд Маклорена, пользуясь известными разложениями элементарных функций.

434. $y = e^{-3x}$.

437**. $y = \frac{x^{10}}{1-x}$.

435. $y = \sin 2x^3$.

438**. $y = \ln(4-x)$.

436**. $y = \cos^2 x$.

Вычислите с точностью α , используя разложение функций в ряд Тейлора.

439. $\cos 1^\circ$, $\alpha = 10^{-6}$.

440. $\sqrt[3]{19}$, $\alpha = 0,001$.

Вычислите пределы, используя разложение функций в ряд Тейлора.

441*. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^3}$.

443*. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \frac{x^3}{6} - \frac{x^2}{2} - x - 1}{\cos x + \frac{x^2}{2} - 1}$.

442*. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\frac{x^2}{2}} - \cos x}{x^3 \sin x}$.

444*. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6 \ln(1+x^2) - 6x^2 + 3x^4}{45 \cos 2x - 30x^4 + 90x^2 - 45}$.

ОТВЕТЫ

- 1.** $(-\infty; -2) \cup \left(-2; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. **2.** $(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$. **3.** $[-2; 2]$. **4.** \emptyset .
5. $(-\infty; -8] \cup [-2; +\infty)$. **6.** $[-1; 0]$. **7.** $(-\infty; 2)$. **8.** $(-7; 4)$. **9.** $(0; 1) \cup (1; 3)$.
10. $[-2; 0) \cup (0; 1)$. **11.** $(0; 3)$. **12.** $\left(-3; -\frac{2}{3}\right]$. **13.** $\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k\right)$, $k \in \mathbb{Z}$.
14. Чётная. **15.** Чётная. **16.** Общего вида. **17.** Чётная. **18.** Нечётная. **19.** Чётная.
20. Чётная. **21.** Нечётная. **22.** Нечётная. **39.** 0. **40.** 0. **41.** $\frac{3}{2}$. **42.** 3. **43.** ∞ . **44.** ∞ .
45. $\frac{5}{7}$. **46.** 0. **47.** ∞ . **48.** $-\frac{1}{6}$. **49.** $-\frac{5}{2}$. **50.** ∞ . **51.** $-\frac{1}{12}$. **52.** 0. **53.** 2. **54.** $-\frac{3}{2}$. **55.** -8.
56. -18. **57.** $-\frac{3}{20}$. **58.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. **59.** 0. **60.** 0. **61.** 0. **62.** $\frac{3}{2}$. **63.** e^{15} . **64.** e^2 . **65.** $e^{1/4}$.
66. $e^{-28/3}$. **67.** 1. **68.** e^{16} . **69.** $+\infty (x \rightarrow +\infty)$, $0 (x \rightarrow -\infty)$. **70.** $0 (x \rightarrow +\infty)$,
 $+\infty (x \rightarrow -\infty)$. **71.** $0 (x \rightarrow +\infty)$, $+\infty (x \rightarrow -\infty)$. **72.** $+\infty (x \rightarrow +\infty)$, $0 (x \rightarrow -\infty)$.
73. $\frac{2}{7}$. **74.** 0. **75.** $-\frac{1}{2}$. **76.** 1. **77.** $\frac{1}{3}$. **78.** $\frac{25}{3}$. **79.** $\frac{8}{3}$. **80.** 64. **81.** $\frac{32}{625}$. **82.** $-\frac{1}{20}$.
83. $\frac{9}{\pi}$. **84.** $\frac{1}{5} \ln 5$. **85.** $\frac{1}{4}$. **86.** $\frac{\ln 2}{\pi}$. **87.** $\cos 1$. **88.** 1. **89.** $-\frac{10}{3\pi}$. **90.** e^{-2} . **91.** $-\frac{3}{2}$. **92.** 0.
93. 0. **94.** 0. **95.** $\frac{1}{2}$. **96.** 0. **97.** 0. **98.** $\frac{3}{2}$. **99.** $-\frac{1}{2}$. **100.** 0. **101.** $\frac{1}{2}$. **102.** ∞ . **103.** 0.
104. ∞ . **105.** 0. **106.** $-\frac{2}{5}$. **112.** $x=2$ – точка устранимого разрыва. **113.** $x=4$ –
точка неустраняемого разрыва. **114.** $x=-3$ – точка разрыва 2 рода. **115.** $x=4$ –
точка разрыва 2 рода. **116.** $x=2$ – точка неустраняемого разрыва. **117.** $x=2$ –
точка разрыва 2 рода. **118.** $x=0$ и $x=2$ – точки разрыва 2 рода. **119.** $x=0$ –
точка устранимого разрыва. **120.** Точек разрыва нет. **121.** $x=0$ – точка неустра-
няемого разрыва. **122.** $x=-1$ – точка разрыва 2 рода. **123.** Точек разрыва нет.
124. $S=1$. **125.** $S=\frac{1}{2}$. **126.** $S=\frac{1}{3}$. **127.** $S=\frac{1}{4}$. **128.** Расходится. **129.** $S=\frac{3}{2}$.
130. $S=2$. **131.** Расходится. **132.** Расходится. **133.** Расходится. **134.** Расходится.
135. Расходится. **136.** Расходится. **137.** Сходится. **138.** Расходится.
139. Сходится. **140.** Сходится. **141.** Расходится. **142.** Расходится.
143. Расходится. **144.** Сходится. **145.** Сходится. **146.** Сходится. **147.** Расходится.
148. Сходится. **149.** Сходится. **150.** Сходится. **151.** Сходится. **152.** Сходится.
153. Расходится. **154.** Сходится. **155.** Сходится. **156.** Сходится. **157.** Расходится.
158. Сходится. **159.** Сходится. **160.** Расходится. **161.** Сходится. **162.** Сходится.
163. Сходится. **164.** Расходится. **165.** Расходится. **166.** Расходится.
167. Сходится. **168.** Расходится. **169.** Расходится. **170.** Сходится. **171.** Сходится.
172. Сходится абсолютно. **173.** Сходится абсолютно. **174.** Сходится условно.

175. Расходится. 176. Сходится абсолютно. 177. Сходится условно.
 178. Расходится. 179. Сходится условно. 180. Сходится абсолютно.
 181. Сходится абсолютно. 182. Расходится. 183. Сходится абсолютно. 184. 0,28.

185. 0,63. 186. 0,113. 187. -0,253. 188. $4x + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$. 189. $-\frac{5(x+1)}{x^6}$.

190. $3^x \ln 3 + \frac{5}{\cos^2 x}$. 191. $2^x \ln 2 \operatorname{arctg} x + \frac{2^x}{1+x^2}$. 192. $\frac{1}{3(x^2+1)}$.

193. $\frac{x^2 - 3x + 3\sqrt{(1-x^2)^3} \arcsin x}{(x^3 - 3x)^2 \sqrt{1-x^2}}$. 194. $\frac{2x(1+x^2) \operatorname{arctg} x - x^2}{(1+x^2) \operatorname{arctg}^2 x}$. 195. $-\frac{6x}{(x^2+1)^2}$.

196. $-\frac{1}{x \log_2^2 x}$. 197. $\frac{8^x(3x \ln 2 - 2)}{\sqrt[3]{x^5}}$. 198. $\ln x + 1 + \frac{1}{2\sqrt{x(1-x)}}$.

199. $\frac{x(14x-3) \ln x - 7x^2 + 3x}{x \cdot \ln 2 \cdot \log_2^2 x}$. 200. $\frac{1}{2(1+x^2)\sqrt{\operatorname{arctg} x}}$. 201. $\frac{1}{\sin \frac{2x+1}{2}}$.

202. $\frac{15x^2 \cos^2 x + 9}{2 \cos^2 x \sqrt{5x^3 + 9 \operatorname{tg} x}}$. 203. $\frac{1}{2\sqrt{x(1-2x)}}$. 204. $(3x^2 + \cos x) \log_3^2 x +$

$+ 2(x^3 + \sin x) \frac{\log_3 x}{x \ln 3}$. 205. $\frac{-3 \sin 2x(x^2 - 7x + 2) - 3(2x - 7) \cos^2 x}{(x^2 - 7x + 2)^2}$.

206. $\frac{1}{(x^2+1) \operatorname{arctg} 2}$. 207. $\frac{e^{8x^2+3}}{\sin^2 x} (8x \sin 2x - 1)$. 208. $\frac{2x}{x^4-1}$. 209. $2 \cos 2x + \sin 2x$.

210. $\frac{\sin x}{\cos^2 x} + \frac{1}{\cos^2 2x}$. 211. $\frac{3(1-\sin 3x)}{2\sqrt{3x+\cos 3x}}$. 212. $\operatorname{tg}^7 \frac{x}{8} / \cos^2 \frac{x}{8}$. 213. $\frac{1}{\sqrt{x^2-3}}$.

214. $\frac{4}{4-x^2}$. 215. $-\ln 3 \cdot \sin 2x \cdot 3^{\cos^2 x}$. 216. $\sin 2x \cdot \ln 2$. 217. $\frac{1}{2+x^2}$.

218. $\frac{x^2}{2\sqrt{16-2x^6}}$. 219. $\frac{1}{x \ln x}$. 220. $\frac{2}{x(1-x^2)}$. 221. $\frac{6x}{\sqrt{9x^4+1}}$. 222. $\sqrt{1-x^2}$.

223. $e^{x^2} (x \sin 2x + x \cos 2x + \cos 2x - \sin 2x)$.

224. $\frac{2^x}{x^2 \ln 2} (x^2 \ln 2 \cdot \ln x - x \ln 2 + x + 1)$. 225. $x \sin^2 x^2 \cos x^2$. 226. $\frac{2 \sin \frac{x}{3}}{\left(1 + \cos \frac{x}{3}\right)^3}$.

- 227.** $6x \cdot 2^{3x^2} \ln 2 + \operatorname{ctg} x$. **228.** $\frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}(\sqrt{x} + 1)$. **229.** $3\operatorname{ctg}(3x + 2)$.
- 230.** $-\frac{e^{-x^2}(2x^2 - 6x + 1)}{(x - 3)^2}$. **231.** $\frac{\arcsin x}{\sqrt{(1 - x^2)^3}}$. **232.** $\frac{x}{(2 + x^2)\sqrt{1 + x^2} \operatorname{arctg} \sqrt{1 + x^2}}$.
- 233.** $(\sin x)^{\cos x - 1}(\cos^2 x - \sin^2 x \ln \sin x)$. **234.** $\frac{2(x + 1)^{\frac{2}{x} - 1}(x - (x + 1)\ln(x + 1))}{x^2}$.
- 235.** $(x^2 + 1)^{\sin x - 1}((x^2 + 1)\cos x \ln(x^2 + 1) + 2x \sin x)$. **236.** $-\frac{2(x - 2)(x^2 + 11x + 1)}{3\sqrt[3]{(x + 1)^2(x - 5)^4}}$.
- 237.** $-\frac{2(x^4 + 6x^2 + 1)}{3\sqrt[3]{x^2(x^2 + 1)^2(x^2 - 1)^5}}$. **238.** $\frac{1}{2}\sqrt{x \sin x \sqrt{1 - e^x}} \left(\frac{1}{x} + \operatorname{ctg} x + \frac{e^x}{2(e^x - 1)} \right)$.
- 239.** $-4 - 4\pi$. **240.** $\frac{7}{4}$. **241.** -3 . **242.** $\frac{1}{4 \ln 2}$. **243.** $2 \cos 2x$. **244.** $\frac{18(9x^2 + 5)}{(3x^2 - 5)^3}$.
- 245.** $\frac{2 \sin x}{\cos^3 x}$. **246.** $-\frac{28}{(2x - 1)^3}$. **247.** $-\frac{2x}{(1 + x^2)^2}$. **248.** $25 \cdot 2^{5x - 3} \ln^2 2$. **249.** $-\frac{1}{x^2}$.
- 250.** $(3 - x)e^{-x}$. **251.** $\frac{6x^3 + 9x}{\sqrt{(1 - x^2)^7}}$. **252.** $y^{(2n)} = (-1)^n \sin x$, $y^{(2n+1)} = (-1)^n \cos x$,
- $n = 0, 1, 2, \dots$ **253.** $y^{(n)} = \frac{(-1)^{n+1}(n-1)!}{x^n}$, $n = 1, 2, \dots$
- 254.** $y^{(n)} = \ln^n 2(2^x + (-1)^n 2^{-x})$, $n = 0, 1, 2, \dots$ **256.** Не дифференцируема.
- 257.** Не дифференцируема. **258.** $y = 4x$, $y = -\frac{1}{4}x + \frac{17}{2}$. **259.** $y = 5x - 17$,
- $y = -\frac{1}{5}x - \frac{7}{5}$. **260.** $y = -\frac{1}{2}x + 2$, $y = 2x - 3$. **261.** $y = 4x$, $y = -4x + 16$.
- 262.** $y = 2x - 1$. **263.** $y'(0) = y'(4) = \frac{1}{2}$. **264.** $y = x$, $y = -x$. **265.** $y_{\max} = y(1) = -4$,
- $y_{\min} = y(2) = -5$. **266.** $y_{\max} = y(1) = 1$, $y_{\min} = y(0) = 0$, $y_{\min} = y(2) = 0$.
- 267.** $y_{\max} = y(1) = 2$. **268.** $y_{\max} = y(1) = 1$. **269.** $y_{\max} = y(0) = -4$, $y_{\min} = y(1) = -5$.
- 270.** $y_{\max} = y(0) = 1$, $y_{\min} = y(-1) = 0$, $y_{\min} = y(1) = 0$. **271.** $y_{\max} = y(0) = -1$,

- $y_{\min} = y(2) = 2$. **272.** $y_{\max} = y(0) = 4$, $y_{\min} = y(-2) = \frac{8}{3}$. **273.** $y_{\min} = y\left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{3e}$.
274. $y_{\min} = y\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \sqrt{2e}$, $y_{\max} = y\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -\sqrt{2e}$. **275.** $y_{\min} = y\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2 \cdot \sqrt[4]{e}}$,
 $y_{\max} = y(1) = 1$. **276.** $y_{\min} = y(1) = 1$. **277.** $y_{\max} = y(e) = e^{-1}$. **278.** $y_{\max} = y(0) = 0$,
 $y_{\min} = y\left(\sqrt[3]{4}\right) = \frac{4\sqrt[3]{4}}{3}$. **279.** $a \in (-\sqrt{3}; \sqrt{3})$. **280.** $y_{\text{наим}} = -117$, $y_{\text{наиб}} = \frac{25}{8}$.
281. $y_{\text{наим}} = 2(1 - \ln 2)$, $y_{\text{наиб}} = 1$. **282.** $y_{\text{наим}} = 2 - 2\sqrt{2}$, $y_{\text{наиб}} = 0$.
283. $y_{\text{наим}} = 2$, $y_{\text{наиб}} = 100,01$. **284.** $y_{\text{наим}} = -\frac{3}{8}$, $y_{\text{наиб}} = 30$. **285.** $y_{\text{наим}} = \frac{1}{2}$,
 $y_{\text{наиб}} = 32$. **286.** $y_{\text{наим}} = \frac{24}{9}$, $y_{\text{наиб}} = 3$. **287.** $y_{\text{наим}} = 1 - \frac{\pi}{2}$, $y_{\text{наиб}} = \pi$.
288. $y_{\text{наим}} = 0$, $y_{\text{наиб}} = e$. **289.** Выпуклая вниз на $(-\infty; 0)$, выпуклая вверх на $(0; +\infty)$. Точка перегиба $x = 0$. **290.** Выпуклая вниз на $(2; +\infty)$, выпуклая вверх на $(-\infty; 2)$. Точка перегиба $x = 2$. **291.** Выпуклая вниз на $(-\infty; -2)$ и $(1; +\infty)$, выпуклая вверх на $(-2; 1)$. Точки перегиба $x = -2$ и $x = 1$. **292.** Выпуклая вниз на $(-\infty; 1)$ и $(3; +\infty)$, выпуклая вверх на $(1; 3)$. Точки перегиба $x = 1$ и $x = 3$.
293. Выпуклая вниз на $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$, выпуклая вверх на $\left(0; \frac{1}{2}\right)$. Точка перегиба $x = \frac{1}{2}$. **294.** Выпуклая вниз на $(0; +\infty)$, выпуклая вверх на $(-\infty; 0)$. Точек перегиба нет. **295.** Выпуклая вниз на $\left(-\infty; -2 - \frac{\sqrt{6}}{2}\right) \cup \left(-2 + \frac{\sqrt{6}}{2}; +\infty\right)$, выпуклая вверх на $\left(-2 - \frac{\sqrt{6}}{2}; -2 + \frac{\sqrt{6}}{2}\right)$. Точки перегиба $x = -2 \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$. **296.** Выпуклая вниз на $(-\infty; -1)$ и $(0; +\infty)$, выпуклая вверх на $(-1; 0)$. Точки перегиба $x = -1$ и $x = 0$. **297.** Выпуклая вниз на $(-1; 1)$, выпуклая вверх на $(-\infty; -1)$ и $(1; +\infty)$. Точки перегиба $x = \pm 1$. **298.** Выпуклая вниз на $\left(\frac{1}{\sqrt{e^3}}; +\infty\right)$, выпуклая вверх на $\left(0; \frac{1}{\sqrt{e^3}}\right)$. Точка перегиба $x = \frac{1}{\sqrt{e^3}}$. **299.** $a = -3$. **300.** $|a| \leq 2$. **301.** 2,5 и 2,5.
302. 0,3 м, $V = 0,486 \text{ м}^3$. **303.** 5 м. **304.** Через одну неделю. **305.** $2700 \text{ м}^2 = 30 \times 90$. **306.** 17×9 . **307.** Высота 2 м, сторона дна 4 м. **308.** 20 единиц. **309.** 20.
310. а) $Q = 20$, $P = 2$, $TR_{\max} = 40$; б) $P = 4,5$, $Q = 1,75$. **311.** 0. **312.** $-\frac{3}{11}$. **313.** 2.

314. 1. 315. $\frac{2}{3}$. 316. $+\infty$. 317. 0. 318. 1. 319. 1. 320. 1. 321. ∞ . 322. 0.

323. $\frac{\ln 2 - \ln 3}{2}$. 324. 0. 325. 1. 326. $\frac{2}{\pi}$. 327. $\frac{1}{\pi}$. 328. $-\frac{3}{5}$. 329. 0. 330. $-\frac{1}{2}$. 331. 0.

332. $\frac{1}{6}$. 333. 1. 334. 1. 335. 3. 336. 1. 337. 1. 338. $x=5, y=-x-5$. 339. $x=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$,

$y=-\frac{1}{2}$. 340. $x=-2, y=x-2$. 341. $x=0, x=2, y=0$. 342. $y=2x\pm\frac{\pi}{2} (x\rightarrow\pm\infty)$.

343. $y=1 (x\rightarrow+\infty), y=\pi x+1 (x\rightarrow-\infty)$. 344. $y=0 (x\rightarrow-\infty)$. 345. $x=\pm 2$.

346. $y=x+\frac{3}{2} (x\rightarrow+\infty), y=-x-\frac{3}{2} (x\rightarrow-\infty)$. 347. $x=-1, y=1 (x\rightarrow+\infty),$

$y=-1 (x\rightarrow-\infty)$. 372. $\frac{\partial z}{\partial x}=9x^2-5y^2+8xy-2, \frac{\partial z}{\partial y}=-10xy+4x^2+6y$.

373. $\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{8y^2-12xy-3x^2}{(3x^2-4xy)^2}, \frac{\partial z}{\partial y}=\frac{10}{(3x-4y)^2}$. 374. $\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{7y^2+4}{2\sqrt{7xy^2+4x-2y}},$

$\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{7xy-1}{\sqrt{7xy^2+4x-2y}}$. 375. $\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{144x^3y^2+64x^3+24x^2y+27y^2+12}{(9xy^2+4x+y)^2},$

$\frac{\partial z}{\partial y}=-\frac{(8x^3-3)(18xy+1)}{(9xy^2+4x+y)^2}$. 376. $\frac{\partial z}{\partial x}=2(x\sin y+y\cos x)(\sin y-y\sin x),$

$\frac{\partial z}{\partial y}=2(x\sin y+y\cos x)(x\cos y+\cos x)$. 377. $\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{2x(x+y)\sin x^2+\cos x^2}{(x+y)^2},$

$\frac{\partial z}{\partial y}=-\frac{\cos x^2}{(x+y)^2}$. 378. $\frac{\partial z}{\partial x}=y\cdot x^{y-1}, \frac{\partial z}{\partial y}=x^y \ln x$. 379. $\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{y\cdot x^{y-1}}{2\sqrt{x^y}(1+x^y)},$

$\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{\sqrt{x^y} \ln x}{2(1+x^y)}$. 380. $\frac{\partial z}{\partial x}=28x^3y-3y^3+2, \frac{\partial z}{\partial y}=7x^4-9xy^2-3, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=84x^2y,$

$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=28x^3-9y^2, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=-18xy$. 381. $\frac{\partial z}{\partial x}=-12x^3+3y+2, \frac{\partial z}{\partial y}=5y^4+3x,$

$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=-36x^2, \frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=3, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=20y^3$. 382. $\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{1}{x}, \frac{\partial z}{\partial y}=-\frac{1}{y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=-\frac{1}{x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=0,$

$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=\frac{1}{y^2}$. 358. $\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{y^2}{y^4+x^2}, \frac{\partial z}{\partial y}=\frac{-2xy}{y^4+x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=\frac{-2xy^2}{(y^4+x^2)^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=\frac{2x^2y-2y^5}{(y^4+x^2)^2},$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{6xy^4 - 2x^3}{(y^4 + x^2)^2}. \quad \mathbf{383.} \quad \frac{\partial z}{\partial x} = y \cos x \cdot 2^{y \sin x} \ln 2, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \sin x \cdot 2^{y \sin x} \ln 2,$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = y \cdot 2^{y \sin x} \ln 2 (y \ln 2 \cos^2 x - \sin x), \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \cos x \cdot 2^{y \sin x} \ln 2 (y \sin x \ln 2 + 1),$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \sin^2 x \cdot 2^{y \sin x} \ln^2 2. \quad \mathbf{384.} \quad \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{2\sqrt{x}(\sqrt{x} + y^2)}, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2y}{\sqrt{x} + y^2},$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = -\frac{2\sqrt{x} + y^2}{4x\sqrt{x}(\sqrt{x} + y^2)^2}, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{y}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + y^2)^2}, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{2(\sqrt{x} - y^2)}{(\sqrt{x} + y^2)^2}.$$

$$\mathbf{385.} \quad \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\ln(1 + y^3)}{1 + x}, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{3y^2 \ln(1 + x)}{1 + y^3}, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = -\frac{\ln(1 + y^3)}{(1 + x)^2}, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{3y^2}{(1 + x)(1 + y^3)},$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{(6y - 3y^4) \ln(1 + x)}{(1 + y^3)^2}. \quad \mathbf{386.} \quad \frac{\partial z}{\partial x} = y \cdot x^{y-1}, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = x^y \ln x, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = y(y-1) \cdot x^{y-2},$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = x^{y-1} (1 + y \ln x), \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = x^y \ln^2 x. \quad \mathbf{387.} \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{y}{(x + y)^2}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{x}{(x + y)^2},$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -\frac{2y}{(x + y)^3}, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{x - y}{(x + y)^3}, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{2x}{(x + y)^3}. \quad \mathbf{388.} \quad \frac{\partial u}{\partial x} = e^{3x^2 + 2y^2 - xy} (6x - y),$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = e^{3x^2 + 2y^2 - xy} (4y - x), \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = e^{3x^2 + 2y^2 - xy} ((6x - y)^2 + 6),$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = e^{3x^2 + 2y^2 - xy} ((4y - x)(6y - x) - 1), \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = e^{3x^2 + 2y^2 - xy} ((4y - x)^2 + 4). \quad \mathbf{394.} \quad 0.$$

$$\mathbf{395.} \quad 72x^2(y - 2). \quad \mathbf{396.} \quad \{-2; -5\}, -\frac{26}{5}. \quad \mathbf{397.} \quad \{4; 4\}, \frac{4}{5}. \quad \mathbf{398.} \quad \{5; 0\}, -\frac{5}{\sqrt{2}}.$$

$$\mathbf{399.} \quad \left\{ \frac{1}{2}; 4 \right\}, \frac{17}{2\sqrt{5}}. \quad \mathbf{400.} \quad \arccos\left(-\frac{12}{5\sqrt{145}}\right). \quad \mathbf{401.} \quad \text{Точки на окружности } x^2 + y^2 = \frac{3}{2}.$$

$$\mathbf{402.} \quad \left(-\frac{1}{3}; \frac{3}{4}\right), \left(\frac{7}{3}; -\frac{3}{4}\right). \quad \mathbf{403.} \quad \text{Экстремумов нет. Стационарная точка } \left(-\frac{11}{23}; \frac{8}{69}\right).$$

$$\mathbf{404.} \quad z_{\max} = z\left(-\frac{2}{23}; \frac{8}{23}\right) = \frac{1771}{529}. \quad \mathbf{405.} \quad z_{\min} = z\left(0; -\frac{2}{3}\right) = -\frac{4}{3}. \quad \text{Стационарная точка}$$

$$\left(2; -\frac{2}{3}\right). \quad \mathbf{406.} \quad \text{Экстремумов нет. Стационарная точка } \left(-\frac{36}{77}; \frac{69}{77}\right).$$

- 407.** $z_{\min} = z\left(-\frac{1}{6}; \frac{1}{6}\right) = -\frac{1}{12}$. **408.** $z_{\min} = z(5; 5) = -125$. **409.** $z_{\text{наиб}} = z(1; 2) = 17$,
 $z_{\text{наим}} = z(1; 0) = -3$. **410.** $z_{\text{наиб}} = 19$, $z_{\text{наим}} = 1$. **411.** $z_{\text{наиб}} = 11$, $z_{\text{наим}} = 5$.
412. $z_{\text{наиб}} = z(2; 1) = 4$, $z_{\text{наим}} = z(4; 2) = -64$. **413.** $z_{\text{наиб}} = 15$, $z_{\text{наим}} = 6$.
414. $z_{\text{наиб}} = z(\pm 2; 0) = 4$, $z_{\text{наим}} = z(0; \pm 2) = -4$. **415.** $z_{\text{наиб}} = 85$, $z_{\text{наим}} = -35$.
416. $z_{\text{наиб}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$, $z_{\text{наим}} = 0$. **417.** $(-\infty; \infty)$, $(-\infty; \infty)$, ∞ . **418.** $(-\infty; \infty)$, $(-\infty; \infty)$,
 ∞ . **419.** $[-1; 1]$, $(-1; 1)$, 1 . **420.** $[1; 3]$, $(1; 3)$, 1 . **421.** $[-2; 0)$, $(-2; 0)$, 1 . **422.** $(1; 5)$,
 $(1; 5)$, 2 . **423.** $(1; 3)$, $(1; 3)$, 1 . **424.** $\left(\frac{13}{5}; \frac{17}{5}\right)$, $\left(\frac{13}{5}; \frac{17}{5}\right)$, $\frac{2}{5}$. **425.** $\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$, $\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$,
 $\frac{1}{3}$. **426.** $\{1\}$, $\{1\}$, 0 . **427.** $(-\infty; \infty)$, $(-\infty; \infty)$, ∞ . **428.** $[-2; 2]$, $(-2; 2)$, 2 .
429. $[-5; -3)$, $(-5; -3)$, 1 . **430.** $\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$, $\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$, $\frac{1}{3}$.
431. $2 + 6(x-1) + 14(x-1)^2 + 24(x-1)^3 + (x-1)^4$. **432.** $-\sum_{n=1}^{\infty} (x+1)^n$, $-2 < x < 0$.
433. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} (x-1)^n$, $0 < x \leq 2$. **434.** $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 3^n}{n!} x^n$, $x \in \mathbb{R}$.
435. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^{2n+1}}{(2n+1)!} x^{6n+3}$, $x \in \mathbb{R}$. **436.** $1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^{2n-1}}{(2n)!} x^{2n}$, $x \in \mathbb{R}$.
437. $\sum_{n=10}^{\infty} x^n$, $|x| < 1$. **438.** $\ln 4 - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{4^{n+1}(n+1)}$, $-4 \leq x < 4$. **439.** $0,999848$. **440.** $2,668$.
441. $-\frac{1}{6}$. **442.** $\frac{1}{12}$. **443.** 1 . **444.** $-\frac{1}{2}$.

Библиографический список

1. Берман, Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа: учебное пособие / Г.Н. Берман. – СПб: Профессия, 2008. – 432 с.
2. Красс, М.С. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: учеб. пособие для аузов / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. – М.: Дело, 2006. – 718 с.
3. Кремер, Н.Ш. Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник для вузов по экон. специальностям / Н.Ш. Кремер и др.; под ред. Н.Ш. Кремера – М.: Юрайт, 2012. – 909 с.
4. Математика для экономистов: от Арифметики до Эконометрики : учеб. пособие для вузов / Н.Ш. Кремер и др.; под общ. ред. Н.Ш. Кремера. – М.: Юрайт, 2014. – 724 с.
5. Математический анализ. Учебник и практикум: учебник для вузов по экон. специальностям / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин. – М.: Юрайт, 2014. – 620 с.
6. Общий курс высшей математики для экономистов: учебник для вузов по экон. специальностям / Б.М. Рудык; под ред. В.И. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 2010. – 655 с.
7. Сборник задач по высшей математике для экономистов: учеб. пособие для вузов по направлению «Экономика» и экон. специальностям / В.И. Ермаков и др.; под ред. В.И. Ермакова; Рос. экон. акад. им. Г.В. Плеханова. – М.: ИНФРА-М, 2008. – 573 с.

Оглавление

Введение в математический анализ.....	3
Числовые ряды.....	6
Дифференциальное исчисление функции одной переменной.....	9
Функции нескольких переменных.....	14
Степенные ряды.....	17
Ответы	19
Библиографический список.....	26