

## ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ И В ПРОСТРАНСТВЕ

**Задача 2.1.** Даны координаты вершин треугольника  $ABC$ . Необходимо:

- а) написать уравнение стороны  $(AB)$  и найти ее длину;
- б) написать уравнение высоты  $(CH)$  и найти ее длину;
- в) написать уравнение медианы  $(AM)$ ;
- г) найти угол между высотой  $(CH)$  и медианой  $(AM)$ ;
- д) написать уравнение прямой, проходящей через вершину  $B$  параллельно стороне  $AC$ . Постройте все прямые в системе координат.

- |                                       |                                       |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| 1) $A(3; 4), B(2; -1), C(-5; 0)$ ;    | 16) $A(-6; -4), B(3; -7), C(1; 2)$ ;  |
| 2) $A(-4; -5), B(3; 3), C(5; -2)$ ;   | 17) $A(3; 2), B(2; -5), C(-6; -1)$ ;  |
| 3) $A(-3; 3), B(4; -1), C(-2; -4)$ ;  | 18) $A(2; 1), B(-7; 3), C(-4; -3)$ ;  |
| 4) $A(-3; -4), B(-6; 7), C(-1; 1)$ ;  | 19) $A(4; -5), B(-3; 3), C(-5; -2)$ ; |
| 5) $A(4; -5), B(2; 2), C(7; 4)$ ;     | 20) $A(3; 5), B(-4; -3), C(2; -4)$ ;  |
| 6) $A(-3; 4), B(-2; -1), C(7; 1)$ ;   | 21) $A(-3; -2), B(5; -4), C(1; 6)$ ;  |
| 7) $A(3; -2), B(-5; -4), C(-1; 6)$ ;  | 22) $A(-2; 5), B(3; 4), C(4; -4)$ ;   |
| 8) $A(2; 5), B(-3; 4), C(-2; -3)$ ;   | 23) $A(-3; -5), B(4; 2), C(-2; 4)$ ;  |
| 9) $A(-3; 2), B(-2; -5), C(6; -1)$ ;  | 24) $A(3; 2), B(-5; 4), C(-1; -6)$ ;  |
| 10) $A(6; -4), B(-3; -7), C(-1; 2)$ ; | 25) $A(2; -5), B(-3; -4), C(2; 4)$ ;  |
| 11) $A(-2; -1), B(7; 3), C(4; -3)$ ;  | 26) $A(-3; -2), B(-2; 5), C(6; 1)$ ;  |
| 12) $A(3; 4), B(6; 2), C(1; 1)$ ;     | 27) $A(-6; 4), B(3; 7), C(1; -2)$ ;   |
| 13) $A(-4; -5), B(-2; 2), C(2; -2)$ ; | 28) $A(2; 1), B(-7; -3), C(-4; 3)$ ;  |
| 14) $A(3; -4), B(2; 1), C(-1; -3)$ ;  | 29) $A(-3; 4), B(-6; -7), C(1; -1)$ ; |
| 15) $A(-4; 5), B(3; -3), C(5; 2)$ ;   | 30) $A(4; 5), B(2; -2), C(7; -4)$ .   |

**Задача 2.2.** Построен параллелограмм на векторах  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ . Требуется:

- а) найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на вектор  $\vec{b}$ ;
- б) найти длины диагоналей параллелограмма;
- в) вычислить площадь параллелограмма и высоту, используя векторное произведение векторов.

Если:

1)  $\vec{a} = \vec{p} + 2\vec{q}, \vec{b} = 3\vec{p} - \vec{q}, |\vec{p}| = 1, |\vec{q}| = 2, (\vec{p} \vec{q}) = \frac{\pi}{3}$ .

- 2)  $\vec{a} = 3\vec{p} + \vec{q}, \vec{b} = \vec{p} - 2\vec{q}, |\vec{p}| = \sqrt{2}, |\vec{q}| = 1, (\vec{p} \vec{q}) = \frac{\pi}{4}.$
- 3)  $\vec{a} = \vec{p} - 3\vec{q}, \vec{b} = \vec{p} + 2\vec{q}, |\vec{p}| = 4, |\vec{q}| = \sqrt{3}, (\vec{p} \vec{q}) = \frac{\pi}{6}.$
- 4)  $\vec{a} = 3\vec{p} - 2\vec{q}, \vec{b} = \vec{p} + 5\vec{q}, |\vec{p}| = 1, |\vec{q}| = 2, (\vec{p} \vec{q}) = \frac{\pi}{3}.$
- 5)  $\vec{a} = \vec{p} - 2\vec{q}, \vec{b} = 2\vec{p} + \vec{q}, |\vec{p}| = 2, |\vec{q}| = \sqrt{2}, (\vec{p} \vec{q}) = \frac{\pi}{4}.$
- 6)  $\vec{a} = \vec{p} + 3\vec{q}, \vec{b} = \vec{p} - 2\vec{q}, |\vec{p}| = 2, |\vec{q}| = 3, (\vec{p} \vec{q}) = \frac{2\pi}{3}.$
- 7)  $\vec{a} = 2\vec{p} - \vec{q}, \vec{b} = \vec{p} + 3\vec{q}, |\vec{p}| = \sqrt{3}, |\vec{q}| = 2, (\vec{p} \vec{q}) = \frac{\pi}{6}.$
- 8)  $\vec{a} = 4\vec{p} + \vec{q}, \vec{b} = \vec{p} - \vec{q}, |\vec{p}| = 7, |\vec{q}| = 2, (\vec{p} \vec{q}) = \frac{\pi}{3}.$
- 9)  $\vec{a} = \vec{p} - 4\vec{q}, \vec{b} = 3\vec{p} + \vec{q}, |\vec{p}| = 1, |\vec{q}| = 2, (\vec{p} \vec{q}) = \frac{2\pi}{3}.$
- 10)  $\vec{a} = \vec{p} + 4\vec{q}, \vec{b} = 2\vec{p} - \vec{q}, |\vec{p}| = 7, |\vec{q}| = 2, (\vec{p} \vec{q}) = \frac{\pi}{3}.$
- 11)  $\vec{a} = 3\vec{p} + 2\vec{q}, \vec{b} = \vec{p} - \vec{q}, |\vec{p}| = 1, |\vec{q}| = \sqrt{3}, (\vec{p} \vec{q}) = \frac{\pi}{6}.$
- 12)  $\vec{a} = 4\vec{p} - \vec{q}, \vec{b} = \vec{p} + 2\vec{q}, |\vec{p}| = 3, |\vec{q}| = 4, (\vec{p} \vec{q}) = \frac{2\pi}{3}.$
- 13)  $\vec{a} = 2\vec{p} + 3\vec{q}, \vec{b} = \vec{p} - 2\vec{q}, |\vec{p}| = 2, |\vec{q}| = \sqrt{2}, (\vec{p} \vec{q}) = \frac{\pi}{4}.$
- 14)  $\vec{a} = 3\vec{p} - \vec{q}, \vec{b} = \vec{p} + 2\vec{q}, |\vec{p}| = 3, |\vec{q}| = 4, (\vec{p} \vec{q}) = \frac{\pi}{3}.$
- 15)  $\vec{a} = 2\vec{p} + 3\vec{q}, \vec{b} = \vec{p} - 2\vec{q}, |\vec{p}| = \sqrt{3}, |\vec{q}| = 2, (\vec{p} \vec{q}) = \frac{\pi}{6}.$
- 16)  $\vec{a} = 2\vec{p} - 3\vec{q}, \vec{b} = 3\vec{p} + \vec{q}, |\vec{p}| = \sqrt{3}, |\vec{q}| = 4, (\vec{p} \vec{q}) = \frac{\pi}{6}.$

- 17)  $\vec{a} = 5\vec{p} + \vec{q}, \vec{b} = \vec{p} - 3\vec{q}, |\vec{p}| = 1, |\vec{q}| = 2, (\vec{p} \vec{q}) = \frac{\pi}{3}.$
- 18)  $\vec{a} = 7\vec{p} - 2\vec{q}, \vec{b} = \vec{p} + 3\vec{q}, |\vec{p}| = \sqrt{2}, |\vec{q}| = 4, (\vec{p} \vec{q}) = \frac{\pi}{4}.$
- 19)  $\vec{a} = 6\vec{p} - \vec{q}, \vec{b} = \vec{p} + \vec{q}, |\vec{p}| = 3, |\vec{q}| = 4, (\vec{p} \vec{q}) = \frac{2\pi}{3}.$
- 20)  $\vec{a} = 10\vec{p} + \vec{q}, \vec{b} = 3\vec{p} - 2\vec{q}, |\vec{p}| = \sqrt{3}, |\vec{q}| = 1, (\vec{p} \vec{q}) = \frac{5\pi}{6}.$
- 21)  $\vec{a} = 6\vec{p} - \vec{q}, \vec{b} = \vec{p} + 2\vec{q}, |\vec{p}| = 1, |\vec{q}| = 1, (\vec{p} \vec{q}) = \frac{\pi}{3}.$
- 22)  $\vec{a} = 3\vec{p} + 4\vec{q}, \vec{b} = -\vec{p} + \vec{q}, |\vec{p}| = 1, |\vec{q}| = 2, (\vec{p} \vec{q}) = \frac{2\pi}{3}.$
- 23)  $\vec{a} = 7\vec{p} + \vec{q}, \vec{b} = \vec{p} - 3\vec{q}, |\vec{p}| = \sqrt{2}, |\vec{q}| = 3, (\vec{p} \vec{q}) = \frac{\pi}{4}.$
- 24)  $\vec{a} = \vec{p} + 3\vec{q}, \vec{b} = 3\vec{p} - \vec{q}, |\vec{p}| = 3, |\vec{q}| = 5, (\vec{p} \vec{q}) = \frac{2\pi}{3}.$
- 25)  $\vec{a} = 3\vec{p} + \vec{q}, \vec{b} = \vec{p} - 3\vec{q}, |\vec{p}| = \sqrt{3}, |\vec{q}| = 3, (\vec{p} \vec{q}) = \frac{\pi}{6}.$
- 26)  $\vec{a} = 5\vec{p} - \vec{q}, \vec{b} = \vec{p} + \vec{q}, |\vec{p}| = \sqrt{3}, |\vec{q}| = 4, (\vec{p} \vec{q}) = \frac{5\pi}{6}.$
- 27)  $\vec{a} = 3\vec{p} - 4\vec{q}, \vec{b} = \vec{p} + 3\vec{q}, |\vec{p}| = 3, |\vec{q}| = 4, (\vec{p} \vec{q}) = \frac{\pi}{3}.$
- 28)  $\vec{a} = 6\vec{p} - \vec{q}, \vec{b} = \vec{p} + 5\vec{q}, |\vec{p}| = 2\sqrt{2}, |\vec{q}| = 1, (\vec{p} \vec{q}) = \frac{\pi}{4}.$
- 29)  $\vec{a} = 2\vec{p} + 3\vec{q}, \vec{b} = \vec{p} - 2\vec{q}, |\vec{p}| = 2, |\vec{q}| = 1, (\vec{p} \vec{q}) = \frac{\pi}{3}.$
- 30)  $\vec{a} = 2\vec{p} - 3\vec{q}, \vec{b} = 5\vec{p} + \vec{q}, |\vec{p}| = 2, |\vec{q}| = 3, (\vec{p} \vec{q}) = \frac{2\pi}{3}.$

**Задача 2.3.** Даны координаты вершин тетраэдра ABCD. Найти:

- а) длину ребра АВ;  
 б) угол между ребрами АВ и AD;  
 в) уравнение плоскости ABC;

г) площадь грани ABC;

д) объем пирамиды;

е) уравнение прямой AB;

ж) уравнение высоты, опущенной из вершины D на грань ABC.

Д) уравнение плоскости, проходящей через точку D параллельно грани ABC.

- 1) A(3; 1; 4), B(-1; 6; 1), C(-1; 1; 6), D(0; 4; -1).
- 2) A(3; 3; 9), B(6; 9; 1), C(1; 7; 3), D(8; 5; -8).
- 3) A(3; 5; 4), B(5; 8; 3), C(1; 9; 9), D(6; 4; 8).
- 4) A(2; 4; 3), B(7; 6; 3), C(4; 9; 3), D(3; 6; 7).
- 5) A(9; 5; 5), B(-3; 7; 1), C(5; 7; 8), D(6; 9; 2).
- 6) A(0; 7; 1), B(4; 1; 5), C(4; 6; 3), D(3; 9; 8).
- 7) A(5; 5; 4), B(3; 8; 4), C(3; 5; 10), D(5; 8; 2).
- 8) A(6; 1; 1), B(4; 6; 6), C(4; 2; 0), D(1; 2; 6).
- 9) A(7; 5; 3), B(9; 4; 4), C(4; 5; 7), D(7; 9; 6).
- 10) A(6; 6; 2), B(5; 4; 7), C(2; 4; 7), D(7; 3; 0).
- 11) A(1; 3; 6), B(2; 2; 1), C(-1; 0; 1), D(-4; 6; -3).
- 12) A(-4; 2; 6), B(2; -3; 0), C(-10; 5; 8), D(-5; 2; -4).
- 13) A(7; 2; 4), B(7; -1; -2), C(3; 3; 1), D(-4; 2; 1).
- 14) A(2; 1; 4), B(-1; 5; -2), C(-7; -3; 2), D(-6; -3; 6).
- 15) A(-1; -5; 2), B(-6; 0; -3), C(3; 6; -3), D(-10; 6; 7).
- 16) A(0; -1; -1), B(-2; 3; 5), C(1; -5; -9), D(-1; -6; 3).
- 17) A(5; 2; 0), B(2; 5; 0), C(1; 2; 4), D(-1; 1; 1).
- 18) A(2; -1; -2), B(1; 2; 1), C(5; 0; -6), D(-10; 9; -7).
- 19) A(-2; 0; -4), B(-1; 7; 1), C(4; -8; -4), D(1; -4; 6).
- 20) A(14; 4; 5), B(-5; -3; 2), C(-2; -6; -3), D(-2; 2; -1).
- 21) A(1; 2; 0), B(3; 0; -3), C(5; 2; 6), D(8; 4; -9).
- 22) A(2; -1; 2), B(1; 2; -1), C(3; 2; 1), D(-4; 2; 5).
- 23) A(1; 1; 2), B(-1; 1; 3), C(2; -2; 4), D(-1; 0; -2).
- 24) A(2; 3; 1), B(4; 1; -2), C(6; 3; 7), D(7; 5; -3).
- 25) A(1; 1; -1), B(2; 3; 1), C(3; 2; 1), D(5; 9; -8).
- 26) A(1; 5; -7), B(-3; 6; 3), C(-2; 7; 3), D(-4; 8; -12).
- 27) A(-3; 4; -7), B(1; 5; -4), C(-5; -2; 0), D(2; 5; 4).
- 28) A(-1; 2; -3), B(4; -1; 0), C(2; 1; -2), D(3; 4; 5).
- 29) A(4; -1; 3), B(-2; 1; 0), C(0; -5; 1), D(3; 2; -6).
- 30) A(1; -1; 1), B(-2; 0; 3), C(2; 1; -1), D(2; -2; -4).

**Задача 2.4. Определить линии, заданные на плоскости и построить:**

**а) в декартовой системе координат;**

**б) в полярной системе координат;**

**в) линию, заданную параметрическими уравнениями;**

$$1) \text{ a) } y = 3 - 2\sqrt{x^2 + 4x + 8}; \quad x = -1 - \sqrt{3 - y};$$

$$\text{б) } \rho = 2\sqrt{\sin 2\varphi}; \quad \text{B) } \begin{cases} x = 2t^2 \\ y = t^3 - 4t \end{cases}.$$

$$2) \text{ a) } x = -2 + \frac{2}{3}\sqrt{y^2 - 2y + 10}; \quad y = 3 + \sqrt{2x + 6};$$

$$\text{б) } \rho = 2\sqrt{\cos 2\varphi}; \quad \text{B) } \begin{cases} x = 3\cos t \\ y = 4\sin t \end{cases}.$$

$$3) \text{ a) } x = -1 + \frac{2}{5}\sqrt{16 - 6y - y^2}; \quad y = -\sqrt{-x - 1};$$

$$\text{б) } \rho = \sin 3\varphi; \quad \text{B) } \begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases}.$$

$$4) \text{ a) } y = 1 - \frac{3}{2}\sqrt{4x - x^2}; \quad x = \sqrt{-y + 4};$$

$$\text{б) } \rho = 2\cos 3\varphi; \quad \text{B) } \begin{cases} x = -t^2 \\ y = t^3 - 2t \end{cases}.$$

$$5) \text{ a) } x = -1 - \frac{2}{3}\sqrt{y^2 - 4y - 5}; \quad y = -\sqrt{-x};$$

$$\text{б) } \rho = 2 + \sin 3\varphi; \quad \text{B) } \begin{cases} x = t^2 - 1 \\ y = t^3 - t \end{cases}.$$

$$6) \text{ a) } x = 3 - \frac{3}{2}\sqrt{y^2 - 6y + 13}; \quad y = 1 - \sqrt{-x};$$

$$\text{б) } \rho = 2 - \sin 3\varphi; \quad \text{B) } \begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 2(1 - \cos t) \end{cases}.$$

$$7) \text{ a) } x = -3 - \frac{2}{5}\sqrt{16 + 6y - y^2}; \quad y = 3 - \sqrt{-x + 6};$$

$$\text{б) } \rho = 2 + \cos 3\varphi; \quad \text{B) } \begin{cases} x = t^3 - 2t \\ y = t^2 \end{cases}.$$

$$8) \text{ a) } x = -2 + \frac{4}{3}\sqrt{-6y - y^2}; \quad y = -1 + \sqrt{3 - x};$$

$$\text{б) } \rho = 2 - \cos 3\varphi; \quad \text{B) } \begin{cases} x = 4 \cos t \\ y = 5 \sin t \end{cases}.$$

$$9) \text{ a) } y = -1 - 2\sqrt{-5 - 6x - x^2}; \quad x = -\sqrt{-y};$$

$$\text{б) } \rho = 2 \sin 4\varphi; \quad \text{B) } \begin{cases} x = 4 \cos^3 t \\ y = 2 \sin^3 t \end{cases}.$$

$$10) \text{ a) } y = -3 - \frac{2}{3}\sqrt{8 + 2x - x^2}; \quad x = 2 + \sqrt{-y};$$

$$\text{б) } \rho = 3 \cos 4\varphi; \quad \text{B) } \begin{cases} x = t^3 - 2t \\ y = -t^2 \end{cases}.$$

$$11) \text{ a) } y = 3 - 2\sqrt{x^2 - 4x + 8}; \quad y = -1 - \sqrt{x + 2};$$

$$\text{б) } \rho = 2 + \sin 4\varphi; \quad \text{B) } \begin{cases} x = 2 \cos t - \cos 2t \\ y = 2 \sin t - \sin 2t \end{cases}.$$

$$12) \text{ a) } y = 4 - \frac{3}{4}\sqrt{x^2 - 4x - 12}; \quad x = -2 + \sqrt{-y + 1};$$

$$\text{б) } \rho = 2 - \sin 4\varphi; \quad \text{B) } \begin{cases} x = t^2 \\ y = t - \frac{t^3}{3} \end{cases}.$$

$$13) \text{ a) } y = -2 - \sqrt{21 - 4x - x^2}; \quad y = 4 + \sqrt{-x + 2};$$

$$\text{б) } \rho = 2 + \cos 4\varphi; \quad \text{B) } \begin{cases} x = 4 \cos t \\ y = 4 \sin t \end{cases}.$$

$$14) \text{ a) } x = -3 - \sqrt{40 - 6y - y^2}; \quad y = -2 - \sqrt{-x + 1};$$

$$\text{б) } \rho = 2 - \cos 4\varphi; \quad \text{B) } \begin{cases} x = 3 \cos^3 t \\ y = 3 \sin^3 t \end{cases}.$$

$$15) \text{ a) } y = 3 + 2\sqrt{x^2 + 4x + 8}; \quad x = 2 - \sqrt{4 - y};$$

$$\text{б) } \rho = \sin 5\varphi; \quad \text{B) } \begin{cases} x = -t^2 \\ y = t - \frac{t^3}{3} \end{cases}.$$

$$16) \text{ a) } y = -2 + \frac{2}{3}\sqrt{8 - 2x - x^2}; \quad x = -\sqrt{3y - 9};$$

$$\text{б) } \rho = \cos 5\varphi; \quad \text{B) } \begin{cases} x = 3(2\cos t - \cos 2t) \\ y = 3(2\sin t - \sin 2t) \end{cases}.$$

$$17) \text{ a) } x = -2 - \frac{4}{3}\sqrt{6y - y^2}; \quad y = \sqrt{-3x + 9};$$

$$\text{б) } \rho = 1 - \sin 5\varphi; \quad \text{B) } \begin{cases} x = t - \frac{t^3}{3} \\ y = t^2 \end{cases}.$$

$$18) \text{ a) } y = 2 - \sqrt{x^2 + 2x + 5}; \quad x = 1 + \sqrt{4 - y};$$

$$\text{б) } \rho = 1 + \sin 5\varphi; \quad \text{B) } \begin{cases} x = t - \frac{t^3}{3} \\ y = -t^2 \end{cases}.$$

$$19) \text{ a) } x = 1 - \frac{2}{3}\sqrt{9 + y^2}; \quad y = \sqrt{-x};$$

$$\text{б) } \rho = 2 + \sin 5\varphi; \quad \text{B) } \begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y = 3(1 - \cos t) \end{cases}.$$

$$20) \text{ a) } y = 1 - \frac{5}{2}\sqrt{x^2 + 4x + 8}; \quad x = \sqrt{-y};$$

$$\text{б) } \rho = 2 - \sin 5\varphi; \quad \text{B) } \begin{cases} x = 4\cos t \\ y = \sin t \end{cases}.$$

$$21) \text{ a) } x = 1 + \frac{5}{2}\sqrt{y^2 + 4y + 8}; \quad y = \sqrt{x + 1};$$

$$\text{б) } \rho = 2 + \cos 5\varphi; \quad \text{B) } \begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = 3\sin^3 t \end{cases}.$$

$$22) \text{ a) } x = 2 - 2\sqrt{y^2 + 6y + 10}; \quad x = \sqrt{y - 2};$$

$$\text{б) } \rho = 2 - \cos 5\varphi; \quad \text{B) } \begin{cases} x = -t^2 \\ y = t^3 - 4t \end{cases}.$$

$$23) \text{ a) } y = -3 - 3\sqrt{x^2 + 4x + 13}; \quad y = 1 - \sqrt{-x - 1};$$

$$\text{б) } \rho = 1 + \sin 4\varphi; \quad \text{B) } \begin{cases} x = t^3 - 4t \\ y = 2t^2 \end{cases}.$$

$$24) \text{ a) } y = 3 + 2\sqrt{x^2 + 4x + 8}; \quad x = -1 - \sqrt{-y - 1};$$

$$\text{б) } \rho = 1 - \sin 4\varphi; \quad \text{B) } \begin{cases} x = t^3 - 4t \\ y = -t^2 \end{cases}.$$

$$25) \text{ a) } x = -2 - 2\sqrt{y^2 + 4y + 8}; \quad y = 1 + \sqrt{-x - 1};$$

$$\text{б) } \rho = 1 + \cos 4\varphi; \quad \text{B) } \begin{cases} x = t^3 - t \\ y = t^2 - 1 \end{cases}.$$

$$26) \text{ a) } x = 5 + \frac{2}{3}\sqrt{8 - 2y - y^2}; \quad x = -1 + \sqrt{-y - 1};$$

$$\text{б) } \rho = 1 - \cos 4\varphi; \quad \text{B) } \begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}.$$

$$27) \text{ a) } x = 2\sqrt{-5 + 6y - y^2}; \quad y = -\sqrt{-3x + 6};$$

$$\text{б) } \rho = 1 + \sin 3\varphi; \quad \text{B) } \begin{cases} x = 2\cos t \\ y = 3\sin t \end{cases}.$$

$$28) \text{ a) } x = -1 - \frac{3}{4}\sqrt{y^2 + 4y - 12}; \quad x = -\sqrt{-4y + 8};$$

$$\text{б) } \rho = 1 - \sin 3\varphi; \quad \text{B) } \begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t \end{cases}.$$



$$29) \text{ а) } y = 2 - \frac{2}{3}\sqrt{x^2 + 2x + 10}; \quad y = -3\sqrt{-x + 1};$$

$$\text{б) } \rho = 1 + \cos 3\varphi; \quad \text{в) } \begin{cases} x = t^2 \\ y = t - t^3 \end{cases}.$$

$$30) \text{ а) } x = 5 + \frac{3}{2}\sqrt{-4y - y^2}; \quad x = -3\sqrt{-y + 1};$$

$$\text{б) } \rho = 1 - \cos 3\varphi; \quad \text{в) } \begin{cases} x = t - t^3 \\ y = t^2 \end{cases}.$$

**Задача 2.5. Установить, какое геометрическое место точек определяется заданными уравнениями в пространстве, и построить их.**

$$1) \text{ а) } x + 2z = 2; \quad \text{б) } y = 2 + x^2 + z^2; \quad \text{в) } y = -1 - \sqrt{x^2 + z^2};$$

$$\text{г) } z^2 = -2y; \quad \text{д) } \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4} + z^2 = 1; \quad \text{е) } y^2 - x^2 = 0.$$

$$2) \text{ а) } 4y + z = 4; \quad \text{б) } z = 3 - x^2 - y^2; \quad \text{в) } (x - 2)^2 = y^2 + z^2;$$

$$\text{г) } z^2 + x^2 = 4; \quad \text{д) } \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{5} + z^2 = 1; \quad \text{е) } y^2 - 4y = 0.$$

$$3) \text{ а) } x + 3y + 2z = 6; \quad \text{б) } z = -x^2 - z^2; \quad \text{в) } x = \sqrt{y^2 + z^2};$$

$$\text{г) } \frac{x^2}{3} - \frac{z^2}{4} = 1; \quad \text{д) } \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{2} = 1; \quad \text{е) } z^2 - 4z = 0.$$

$$4) \text{ а) } y^2 - x^2 = 0; \quad \text{б) } x^2 + y^2 + z^2 = 2z; \quad \text{в) } (z - 1)^2 = x^2 + y^2;$$

$$\text{г) } (y - 1)^2 = -x; \quad \text{д) } -\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{4} = 1; \quad \text{е) } y^2 - 3y + 2 = 0.$$

$$5) \text{ а) } x^2 - 2yx = 0; \quad \text{б) } x = \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{4}; \quad \text{в) } z^2 = x^2 + y^2;$$

$$\text{г) } (x + 1)^2 = y; \quad \text{д) } x^2 + y^2 - z^2 = 1; \quad \text{е) } x^2 + x = 0.$$

$$6) \text{ а) } x^2 - 4y^2 = 0; \quad \text{б) } z = x^2 - y^2; \quad \text{в) } z = 2 + \sqrt{x^2 + y^2};$$

$$\text{г) } y^2 + z^2 = 9; \quad \text{д) } x^2 - y^2 - z^2 = 1; \quad \text{е) } y^2 - 2yx = 0.$$

- 7) а)  $2x + y + 6z = 6$ ; б)  $y = 2 + x^2 + z^2$ ; в)  $\frac{x^2}{4} = y^2 + z^2$ ;  
 г)  $\frac{z^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ ; д)  $x^2 + y^2 + z^2 = 4x$ ; е)  $y^2 - z^2 = 0$ .
- 8) а)  $y + z = 4$ ; б)  $x = 3 - y^2 - z^2$ ; в)  $z = -\sqrt{x^2 + y^2}$ ;  
 г)  $z^2 = -4x$ ; д)  $x^2 + y^2 + z^2 = x + 2z$ ; е)  $y^2 = 4x^2$ .
- 9) а)  $xz - 3zy = 0$ ; б)  $y = \frac{x^2}{9} + \frac{z^2}{4}$ ; в)  $y = \sqrt{x^2 + z^2}$ ;  
 г)  $y^2 - x^2 = 1$ ; д)  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} - z^2 = 1$ ; е)  $y^2 - yz = 0$ .
- 10) а)  $x - 2z = 0$ ; б)  $x^2 + y^2 + z^2 = -2y$ ; в)  $x = 2 - \sqrt{y^2 + z^2}$ ;  
 г)  $y^2 = 4z$ ; д)  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{4} = -1$ ; е)  $x^2 - x - 2 = 0$ .
- 11) а)  $2y - z = 0$ ; б)  $z = -1 - x^2 - y^2$ ; в)  $y^2 = x^2 + z^2$ ;  
 г)  $\frac{x^2}{4} + z^2 = 1$ ; д)  $x^2 + y^2 + z^2 = -x$ ; е)  $z^2 + z - 2 = 0$ .
- 12) а)  $2x + 3z = 6$ ; б)  $z = x^2 - y^2$ ; в)  $(x - 1)^2 = y^2 + z^2$ ;  
 г)  $(y - 1)^2 = -x$ ; д)  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} - z^2 = -1$ ; е)  $y^2 + xy = 0$ .
- 13) а)  $xy - 4zy = 0$ ; б)  $z = -2 + x^2 + y^2$ ; в)  $y = 3 - \sqrt{x^2 + z^2}$ ;  
 г)  $(z - 1)^2 = 4y$ ; д)  $x^2 + y^2 + z^2 = 2y + 2z$ ; е)  $z^2 - zy = 0$ .
- 14) а)  $z^2 - 4z = 0$ ; б)  $x = 5 - y^2 - z^2$ ; в)  $x = 2\sqrt{y^2 + z^2}$ ;  
 г)  $y^2 + z^2 = 4y$ ; д)  $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4} + z^2 = 1$ ; е)  $z^2 - 5z - 6 = 0$ .
- 15) а)  $x^2 + 2x = 0$ ; б)  $z = 2x^2 + 4y^2$ ; в)  $x^2 - y^2 + z^2 = 0$ ;  
 г)  $x^2 + 2y^2 = 4$ ; д)  $x^2 + y^2 + z^2 = -y$ ; е)  $y^2 + 3y = 0$ .
- 16) а)  $z + 3y = 6$ ; б)  $y = -x^2 - z^2$ ; в)  $x^2 - (y - 1)^2 + z^2 = 0$ ;  
 г)  $x^2 + y^2 = -2y$ ; д)  $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 1$ ; е)  $x^2 + xy = 0$ .
- 17) а)  $x - y = 5$ ; б)  $x = 2 - y^2 - z^2$ ; в)  $y^2 + z^2 - (x + 1)^2 = 0$ ;  
 г)  $x^2 + z^2 = -2x$ ; д)  $-\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1$ ; е)  $x^2 - 4x + 4 = 0$ .

- 18) а)  $y^2 - 2y = 0$ ; б)  $x^2 + y^2 + z^2 = -z$ ; в)  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ;  
 г)  $x^2 - y^2 = 4$ ; д)  $x^2 - y^2 + z^2 + 4 = 0$ ; е)  $y^2 - 2y + 1 = 0$ .
- 19) а)  $4y^2 - x^2 = 0$ ; б)  $x^2 + y^2 + z = 0$ ; в)  $x^2 + y^2 - (z - 2)^2 = 0$ ;  
 г)  $y^2 + z^2 = 4y$ ; д)  $-x^2 + y^2 + z^2 = -6$ ; е)  $y^2 - 5y = 0$ .
- 20) а)  $x + y + 6z = 6$ ; б)  $z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}$ ; в)  $\sqrt{x^2 + z^2} + 2y = 0$ ;  
 г)  $x^2 + z^2 = -z$ ; д)  $x^2 - y^2 + z^2 = -4$ ; е)  $x^2 - 5x = 0$ .
- 21) а)  $x^2 + 5x - 6 = 0$ ; б)  $x - 1 = \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9}$ ; в)  $\sqrt{y^2 + z^2} + 3x = 0$ ;  
 г)  $(x - 1)^2 = -z$ ; д)  $x^2 + y^2 + z^2 = -y$ ; е)  $z^2 - 5z = 0$ .
- 22) а)  $y^2 - 3y + 2 = 0$ ; б)  $y + 1 = \frac{x^2}{4} + \frac{z^2}{9}$ ; в)  $\sqrt{y^2 + z^2} - 4x = 0$ ;  
 г)  $x^2 + z^2 = 2z$ ; д)  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} + z^2 = 1$ ; е)  $y^2 - y - 6 = 0$ .
- 23) а)  $xy + 2zy = 0$ ; б)  $z + 1 = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}$ ; в)  $\sqrt{x^2 + z^2} - 4y = 0$ ;  
 г)  $y^2 + z^2 = -y$ ; д)  $x^2 + y^2 - z^2 = 6$ ; е)  $x^2 + x - 6 = 0$ .
- 24) а)  $z^2 - 4y^2 = 0$ ; б)  $z - 2 = -\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9}$ ; в)  $\sqrt{x^2 + y^2} - 2z = 0$ ;  
 г)  $y^2 + x^2 = 4x$ ; д)  $x^2 + y^2 + z^2 = 2x + 2y$ ; е)  $z^2 = 4y^2$ .
- 25) а)  $z^2 - 4z - 5 = 0$ ; б)  $y - 2 = -\frac{x^2}{4} - \frac{z^2}{9}$ ; в)  $\sqrt{x^2 + y^2} + 2z = 0$ ;  
 г)  $(x - 1)^2 + z = 0$ ; д)  $x^2 + y^2 + z^2 = 2x + 2y + 2z$ ; е)  $y^2 = y$ .
- 26) а)  $x + 4z = 8$ ; б)  $x - 1 = -\frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9}$ ; в)  $-\frac{(x+1)^2}{4} + y^2 + z^2 = 0$ ;  
 г)  $(y + 1)^2 = -2x$ ; д)  $x^2 + y^2 + z^2 = -4z$ ; е)  $z^2 = -z$ .
- 27) а)  $y + 3z = 6$ ; б)  $z = x^2 - y^2$ ; в)  $\frac{x^2}{4} - y^2 + \frac{z^2}{4} = 0$ ;  
 г)  $(z - 2)^2 = -x$ ; д)  $x^2 + y^2 + z^2 + 6y = 0$ ; е)  $y^2 - 9x^2 = 0$ .
- 28) а)  $x + y + z = 4$ ; б)  $y = 3 - x^2 - z^2$ ; в)  $x = -1 - \sqrt{y^2 + z^2}$ ;  
 г)  $x^2 = -2y - 2$ ; д)  $x^2 + y^2 + z^2 = 4x$ ; е)  $y^2 - 9z^2 = 0$ .
- 29) а)  $y^2 - 9x^2 = 0$ ; б)  $x = 4 - y^2 - z^2$ ; в)  $y = 4 + \sqrt{x^2 + z^2}$ ;

г)  $x^2 = -y + 1$ ;      д)  $x^2 + y^2 + z^2 = 4y$ ;    е)  $x^2 - 4z^2 = 0$ .

30) а)  $xz + 2z^2 = 0$ ;    б)  $z = 3 - x^2 - y^2$ ;    в)  $z = 2 + \sqrt{x^2 + y^2}$ ;

г)  $z^2 = -y + 1$ ;      д)  $x^2 + y^2 + z^2 = 4z$ ;    е)  $z^2 + 4z + 4 = 0$ .